

Zum Tragverhalten von Stahlbetonfertigteilen mit Ortbetonergänzung – dreidimensionale Modellierung, numerische Simulation und experimentelle Untersuchung

Vom Fachbereich
Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Kaiserslautern
zur Verleihung des akademischen Grades

DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Marc Gröning

aus Coesfeld

Dekan

1.Berichterstatter

2.Berichterstatter

Tag der mündlichen Prüfung:

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Kurz

Prof. Dr.-Ing. J. Schnell

Prof. Dr.-Ing. habil. D. Dinkler

29.06.2012

Kaiserslautern 2012

(D 386)

Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachbereich Bauingenieurwesen der Fachhochschule Münster entstanden. Sie befasst sich mit der experimentellen Untersuchung und dreidimensionalen Simulation des Tragverhaltens von Fertigteildecken mit Ortbetoneergänzung. Hierbei ist insbesondere untersucht worden, welche Auswirkungen vertikale Elementfugen im Eckbereich auf das Plattentragverhalten sowie die obere Eckbewehrung haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. G. Schaper, Fachbereich Bauingenieurwesen der Fachhochschule Münster, der die Idee für das Thema hatte und mich immer in besonderer Weise unterstützt und gefördert hat.

In gleicher Weise danke ich Herrn Prof. J. Schnell, Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion der TU Kaiserslautern, der durch seine freundliche Kooperation die Promotion an der TU Kaiserslautern erst ermöglichte. Auch möchte ich mich bei ihm für die Betreuung und Förderung meiner Arbeit bedanken.

Herrn Prof. D. Dinkler, Institut für Statik der TU Braunschweig, danke ich für die Übernahme des Korreferats.

In gleicher Weise danke ich den Mitarbeitern des Fachgebiets Massivbau und Baukonstruktion der TU Kaiserslautern sowie den Angestellten des Labors für Konstruktiven Ingenieurbau für die sehr gute Unterstützung bei der Durchführung der Versuchsreihe, sowie Herrn Prof. Büsse und Herrn Prof. Gensichen und allen Mitarbeitern des Fachbereichs Bauingenieurwesen der FH- Münster für offene und anregende Diskussionen.

Weiter danke ich der Firma Lütkenhaus, Dülmen für die zur Verfügung gestellten Prüfkörper, sowie der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen "Otto von Guericke" (AiF), die durch ihre Förderung das Forschungsvorhaben erst ermöglichte.

Meiner Familie und allen, die sonst zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, gilt mein besonderer Dank.

Coesfeld, im Juni 2012

Marc Gröning

Marc Gröning

**Zum Tragverhalten von Stahlbetonfertigteilen mit
Ortbetonergänzung – dreidimensionale
Modellierung, numerische Simulation und
experimentelle Untersuchung**

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	v
Abstract	vi
Bezeichnungen	vii
1. Einleitung	1
1.1. Einführung	1
1.2. Problemstellung und Ziel der Arbeit	3
2. Stand des Wissens	7
2.1. Vorbemerkungen	7
2.2. Untersuchungen zum Tragverhalten zweiachsig gespannter Stahlbetonplatten	8
2.3. Untersuchungen zum Tragverhalten ein- und zweiachsig gespannter Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung	9
2.4. Wirklichkeitsnahe Simulation des Tragverhaltens zweiachsig gespannter Stahlbetonplatten	10
3. Werkstoffverhalten von Stahlbeton	13
3.1. Beton	13
3.1.1. Zugbeanspruchung	13
3.1.2. Druckbeanspruchung	15
3.2. Betonstahl	25
3.3. Verbund von Beton und Betonstahl	26
3.3.1. Allgemeines	26
3.3.2. Verbundverhalten eines Betonstahls in einem Stahlbetonzugstab	27
3.3.3. Verbundverhalten bei Querkzugbeanspruchung	30
4. Berechnungsmodell für das Tragverhalten von Beton	33
4.1. Allgemeines	33
4.2. Rissmodelle	34
4.2.1. Einführung	34
4.2.2. Fiktives Rissmodell nach Hillerborg	35
4.3. Elastoplastisches Werkstoffmodell	39
4.3.1. Grundlagen	39
4.3.2. Fließbedingung	40
4.3.3. Fließregel	42
4.3.4. Schädigungstheorie	44
4.4. Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen	46
4.4.1. Allgemeines	46
4.4.2. Einfluss des Winkels zwischen Hauptspannungs- und Bewehrungsrichtung	50

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen	53
5.1. Allgemeines	53
5.2. Berücksichtigung der Bewehrung in 2D- und 3D- Modellen	54
5.3. Berücksichtigung des Tension-Stiffening Ansatzes in dreidimensionalen FE- Modellen	56
5.3.1. Allgemeines	56
5.3.2. Definition des Tension-Stiffening Effekts im Querschnitt	57
5.4. Simulation des Tragverhaltens eines Stahlbetonzugstabes mit 2D- und 3D- Modellen	59
5.4.1. Zugstabverhalten mit 2D- und 3D- Modellen	60
5.4.2. Modellbildung	61
5.4.3. Einfluss der Diskretisierung von 3D- Modellen auf das Tragverhalten	63
5.5. Vereinfachungen und deren Auswirkungen auf das simulierte Tragverhalten in räumlichen FE- Modellen	64
5.6. Berechnungsmodell zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening Effektes in 3D- FE- Berechnungen	70
5.7. Nachrechnung einer Platte zur Absicherung des entwickelten Tension-Stiffening-Ansatzes	73
5.7.1. Allgemeines	73
5.7.2. Versuchsaufbau und Werkstoffkennwerte	74
5.7.3. Modellbildung	78
5.7.4. Numerische Simulation	79
6. Experimentelle Untersuchung an Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung	83
6.1. Zielsetzung	83
6.2. Versuchsprogramm	84
6.2.1. Versuchsaufbau	84
6.2.2. Lagerung	84
6.2.3. Belastung	87
6.2.4. Werkstoffkennwerte und Bewehrungsführung	88
6.2.5. Herstellung der Platten	93
6.3. Messeinrichtung	96
6.4. Durchführung der Versuche	102
6.5. Ergebnisse der experimentellen Untersuchung	102
6.5.1. Allgemeines	102
6.5.2. Rissentwicklung	105
6.5.3. Bruchlasten und Verformungsverhalten	110
6.5.4. Entwicklung der Eckkräfte nach Kirchhoff-Theorie (Czerny)	114
7. Wirklichkeitsnahe dreidimensionale Simulation des Tragverhaltens der Versuchsplatten	117
7.1. Allgemeines	117
7.2. Experimentell ermittelte Werkstoffkennwerte	117
7.2.1. Werkstoffkennwerte des verwendeten Bewehrungsstahls	117
7.2.2. Werkstoffkennwerte der verwendeten Betone	118

7.3. Modellierung der Geometrie	121
7.3.1. Allgemeines	121
7.3.2. Definition der Randbedingungen	122
7.3.3. Diskretisierung der Bewehrung	123
7.4. Einwirkungen	124
7.5. Tragverhalten der Modellplatten im Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen	125
7.5.1. Berechnete Durchbiegungen	125
7.5.2. Berechnete plastische Dehnungen auf der Plattenunterseite . . .	128
7.5.3. Berechnete plastische Dehnungen im Eckbereich auf der Platten- oberseite	129
7.5.4. Berechnete Stahlspannungen in Feldmitte	131
7.5.5. Berechnete Stahlspannungen im Eckbereich auf der Plattenober- seite	133
8. Zusammenfassung	135
Literatur	139
Abbildungen	147
Tabellen	153
A. Werkstoffkennwerte	155
A.1. Platte 1	155
A.2. Platte 2	156
A.3. Platte 3	157
Lebenslauf	159

Zusammenfassung

Das Drilltragverhalten von Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung wird im Wesentlichen durch vertikale Elementfugen beeinflusst. Die DIN 1045-1 [DIN08] erlaubt die Berechnung der Schnittgrößen derartiger Platten unter Ansatz voller Drillsteifigkeit auch für den Fall, dass sich vertikale Elementfugen im Drillbereich ($0,3 \times l_{min}$) der Platte befinden. Ein Aufklaffen der horizontalen Verbundfuge zwischen Fertigteilplatte und Ortbeton wird in diesem Fall beidseits der Fuge durch randparallele Gitterträger verhindert.

In der vorliegenden Arbeit wird das Tragverhalten von Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung physikalisch nichtlinear, unter Berücksichtigung wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens, mit dreidimensionalen FEM-Ansätzen modelliert. Dazu wird zunächst ein Ansatz zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening Effekts in dreidimensionalen FE-Berechnungen entwickelt. Damit gelingt die numerische 3D-Simulation des Tragverhaltens von Stahlbetonfertigteilplatten mit Ortbetonergänzung und insbesondere auch die Erfassung des Einflusses vertikaler Elementfugen auf die Schnittgrößen.

Eigene FE- Simulationen, in denen der Bewehrungsstahl als eindimensionales Stabelement diskretisiert worden ist, führten im Lasteinleitungsbereich der Bewehrung lokal zum vorzeitigen Versagen einiger Betonelemente. Abliegende Querschnittsbereiche konnten somit nicht zum Lastabtrag herangezogen werden. In einer aufwendigen dreidimensionalen Simulation in der auch die Bewehrung inklusive Rippen dreidimensional modelliert worden ist, konnte das experimentell ermittelte Tragverhalten unter Berücksichtigung des Tension-Softening Verhaltens im Beton nachgebildet werden. Diese Art der Modellierung ist außerordentlich zeit- und rechenintensiv. Es wird daher zur näherungsweisen Beschreibung des Tension-Stiffening Effekts in dreidimensionalen FE- Modellen ein vereinfachter Ansatz entwickelt, der nach den genaueren Berechnungen und experimentellen Ergebnissen kalibriert wird und das Tragverhalten "verschmiert" beschreibt. Dies erfolgt zunächst für das einachsige Tragverhalten eines Stahlbetonzugstabs und wird im Anschluss für das zweiachsige Tragverhalten von Stahlbetonplatten erweitert.

Mit dem entwickelten Modell sind zweiachsig gespannte Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung berechnet worden. Die Berechnungsergebnisse sind an drei Platten experimentell im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der TU Kaiserslautern abgesichert worden.

Die physikalisch nichtlinearen 3D-FEM Berechnungen haben gezeigt, dass die Tragfähigkeit einer zweiachsig gespannten Fertigteilplatte mit Ortbetonergänzung durch eine obere Eckbewehrung nur geringfügig gesteigert werden kann (ca. 6%). Dies bestätigt die Ergebnisse von Gersiek [Ger90] an quadratischen Stahlbetonplatten in Ortbetonbauweise. Weiter konnte sowohl im Versuch als auch in nichtlinearen Berechnungen gezeigt werden, dass bei Anordnung vertikaler Elementfugen im Drillbereich ($0,3 \times l_{min}$) gemäß DIN1045-1 [DIN08] die Tragwirkung der Platte sichergestellt ist. Der Rissverlauf unterscheidet sich nur geringfügig von einer Platte ohne Fugen in den Fertigteilplatten.

Abstract

The load bearing behaviour of prefabricated reinforced concrete panels with in-situ concrete addition depends on the vertical joints between the precast concrete slab panels. DIN 1045-1 [DIN08] allows to take into account the whole torsional plate stiffness in the analysis of precast concrete slabs with in-situ concrete addition even if there are joints near the corners of the slab, in the drill area. Edge parallel complementary reinforcing steel truss girders, which combine the precast slab and the additional in-situ concrete regularly, on both sides of the joints prevent shear deformation between the precast panel and the in-situ concrete.

Here the load bearing behaviour of two-way reinforced concrete slabs is analyzed with nonlinear 3D-finite element simulations. In a first step a 3D-finite element analysis model for the nonlinear behaviour of the tension-stiffening effect is carried out. This 3D-FEM-model allows to analyze reinforced concrete precast slabs with in-situ concrete addition including joints in the precast slabs.

The analysis of the slabs is checked by three experiments on two-way reinforced concrete slabs - precast slab with in-situ concrete addition. The experimental results confirmed the numerical 3D-FEM Model.

The analysis showed, that the bearing capacity of a two-way precast concrete slab can only increased marginal (max. about 5%) by the upper corner reinforcement, demanded by German Code DIN 1045-1. A slight upper corner reinforcement would be necessary only if there are strong demands on the serviceability of the slab. In precast reinforced concrete slabs with in-situ addition the upper chord of the reinforcing truss girders reduces the crack width even if it is without ribs.

If there is a joint in the precast slabs at the slab corners in the drill area ($0,3 \times l_{min}$ according to German Code DIN 1045-1) the analysis and the experiments show, that reinforcing truss girders on both sides of a joint give the whole torsional plate stiffness resulting in the full drilling and same bearing capacity of plate without joints. Moreover an undisturbed crack path across the joint appears in analysis and experiment.

Bezeichnungen

Große lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche
H	Probenhöhe
E	Elastizitätsmodul
M	Biegemoment
V	Volumen

Kleine lateinische Buchstaben

c	concrete, Beton
h	Plattenstärke
u	Rissverschiebung

Griechische Buchstaben

ϵ	Dehnung
γ	Teilsicherheitsbeiwert
θ	Druckstrebenneigungswinkel
σ	Spannung
τ	Schubspannung
ν	Querdehnung
μ	Reibbeiwert
σ_{sr}	Stahlspannung im Rissquerschnitt
σ_{bm}	mittlere Betonspannung
σ_{sm}	mittlere Stahlspannung
ϵ_{sm}	mittlere Stahldehnung
ϵ_{sr}	Stahldehnung im Rissquerschnitt
ρ_{eff}	effektiver geometrischer Bewehrungsgrad
γ_i	Winkel zwischen Rissnormalen und Bewehrung

Indizes

c	compression, Druckbeanspruchung
el	elastisch
s	Betonstahl

Große lateinische Buchstaben mit Indizes

E_{cm}	Elastizitätsmodul
E_{c0}	Elastizitätsmodul des Betons im Ursprung
E_{s0}	Elastizitätsmodul des Betonstahls im Ursprung
K_0	Kompressionsmodul des Betons im Ursprung
A_s	Betonstahlfläche
A_c	Querschnittsfläche des Betons
$A_{c,eff}$	zugbeanspruchte Querschnittsfläche des Betons
A_{eff}	effektive Querschnittsfläche des Betonstahls
R_{eH}	obere Streckgrenze

Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes

l_{min}	minimale Seitenlänge
d	statische Nutzhöhe
f_{cm}	mittlere Betondruckfestigkeit
f_{ctm}	mittlere Betonzugfestigkeit
f_{ck}	charakteristische Betondruckfestigkeit
f_{yk}	charakteristische Streckgrenze des Betonstahls
f_{uk}	charakteristische Zugfestigkeit des Betonstahls
$f_{0,2k}$	0,2%-Dehngrenze
f_R	bezogene Rippenfläche
h	Plattendicke
h_{eff}	effektive Zugzonenhöhe
W_e	elastische Oberflächenenergie
l_{cr}	kritische Stablänge
d_s	Stabdurchmesser Betonstahl

Griechische Buchstaben mit Indizes

α_E	Beiwert in Abhängigkeit der Gesteinskörnung
$\sigma_{1,2,3}$	Hauptspannungen

Abkürzungen

FT	Fertigteil
OBE	Ortbetonergänzung
GdT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
DMS	Dehnungsmessstreifen
TSO	tension-softening
TST	tension-stiffening

1. Einleitung

1.1. Einführung

Bereits seit 1964 werden Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung erfolgreich auf dem deutschen Markt eingesetzt [BF93]. Die Abmessungen der Fertigteile werden durch Transport, den abzubildenden Plattengrundriss und die Stützweiten des Fertigteils im Bauzustand bestimmt. Sie sind daher in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit sowohl für den Bau- als auch für den Endzustand zu bemessen. Der Lastabtrag erfolgt im Bauzustand über die bewehrte Fertigteilplatte und die zusätzlich eingelegten Gitterträger, deren Obergurt den Druckgurt des Biegeträgers bildet. Im Endzustand sichern die eingelegten Gitterträger den Verbund zwischen Fertigteil und Ortbetonergänzung und behindern so eine Relativverschiebung in der Grenzschicht zwischen Fertigteil und Ortbetonergänzung. Zusätzlich kann der Frischbeton, um das Schubtragverhalten in der Fuge zu verbessern, mechanisch aufgeraut werden.

Die Fertigteile weisen i.d.R. Stärken von 5 bis 6 cm auf. Auf der Baustelle erfolgt die Ergänzung einer ca. 10 bis 15 cm starken Ortbetonschicht. Die Verlegung der Fertigteile erfolgt entsprechend einem Verlegeplan auf die vorgefertigten Wände. Es entfallen somit aufwendige Schalarbeiten für die Plattenunterseite. Auf der Baustelle erfolgt lediglich die Verlegung der Stoßbewehrung auf dem Fertigteil und das Einschalen der Plattenränder zur Aufnahme des frischen Ortbetons (vgl. Abb. 1.1). Bei einachsig ge-



Abb. 1.1.: Bauseits verlegte Fertigteildecken mit Randschalung

spannten Platten wird die Hauptbewehrung und die Querbewehrung ($a_{sy} = 0,2 \cdot a_{sx}$)

bereits im Fertigteil verlegt. Der Kraftfluss der Querbewehrung wird durch vertikale Elementfugen an den Plattenrändern behindert. Zur Sicherung des Querabtrags sind daher Stabstahlzulagen über den Fugen einzubauen.

Für die Ausführung zweiachsig gespannter Platten als Fertigteil mit Ortbetonergänzung sind zwei Varianten möglich. Bei kleinen Platten und einfachen Grundrissformen ist es möglich, das Fertigteil als sogenannte Raumplatte zu planen [Lan94]. Hierbei werden sowohl Hauptbewehrung als auch die Bewehrung der zweiten Lage im Werk eingebaut. Auf der Baustelle erfolgt in diesem Fall ausschließlich die Betonage der Ortbetonergänzung ohne zusätzliche Zulagen.

Übliche Grundrissformen und -abmessungen erfordern jedoch eine Planung mit mehreren Fertigteilen. Die Bewehrung der Nebentragrichtung erfolgt bei dieser Variante vollständig auf den Fertigteilelementen. Um den Verbund der nachträglich verlegten Bewehrung sicherzustellen, sind Abstandshalter zwischen dem Fertigteilelement und der Bewehrung einzubauen. Die Betondeckung der zweiten Bewehrungslage ist durch eine Fase der Fertigteilplatten sicherzustellen. Die einzelnen Bewehrungslagen liegen somit nicht unmittelbar übereinander. Bei der Ermittlung der Schnittgrößen darf die hieraus resultierende orthotrope Steifigkeitsverteilung vernachlässigt werden, wenn der Abstand der Bewehrung in x- und y- Richtung weniger als 5 cm bzw. $d/10$ beträgt [DIN08] (vgl. Abb. 1.2).

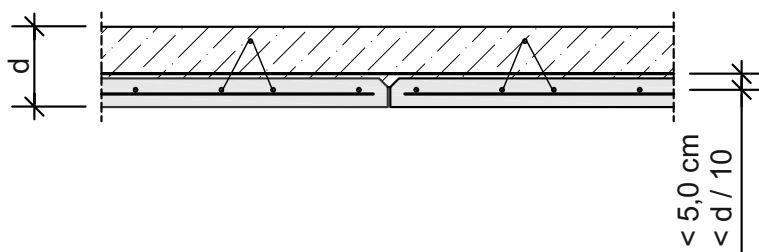


Abb. 1.2.: Voraussetzung zur Schnittgrößenermittlung unter Ansatz isotroper Steifigkeitsverhältnisse. Gemäß DIN1045-1 [DIN08] ist ein maximaler Höhenabstand der Bewehrung in x- und y- Richtung von $d/10$ bzw. 5,0 cm einzuhalten.

1.2. Problemstellung und Ziel der Arbeit

Stahlbetonplatten sind statisch hochgradig unbestimmte Bauteile. Ihr Tragverhalten wird daher maßgebend von der Steifigkeitsverteilung innerhalb der Platte beeinflusst. An den Rändern der einzelnen Teilplatten ergeben sich lokal unvermeidbare Steifigkeitssprünge. Diese führen bereits im unbelasteten Plattensystem zu einer ungleichmäßigen Steifigkeitsverteilung. Stahlbetonplatten weisen in der Regel einen geringen Bewehrungsgrad auf. Der Steifigkeitsanteil der Bewehrung am ungerissenen Betonquerschnitt ist gering und wird i.d.R. vernachlässigt.

Wird die Platte beansprucht, so bilden sich häufig bereits im Gebrauchszustand Risse, die zu einer Veränderung der Steifigkeitsverteilung innerhalb der Platte führen. In Abbildung 1.3 ist dies durch einen deutlichen Knick des Graphen im Last-Verschiebungsdiagramm zu erkennen. Mit zunehmender Belastung der Platte führt Risswachstum bestehender und das sukzessive Entstehen weiterer Risse zu einer stetigen Abnahme der Plattensteifigkeit. Mit Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls sinkt die Steifigkeit weiter, die Steigung des Graphen im Diagramm nimmt weiter ab. Aufgrund der statischen Unbestimmtheit von Platten kommt es unmittelbar zu Spannungsumlagerungen. Lokale Querschnittsschwächungen infolge eintretender Rissbildung haben jedoch nur geringe Auswirkungen auf das Gesamttragverhalten der Platte. Bei statisch bestimmt gelagerten Balken wirkt sich das Ausbilden eines Erstrisses sowie das Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls auf das Gesamttragverhalten des Balkens deutlich aus. Im Last-Verschiebungsdiagramm ist dies durch deutliche Abnahmen der Steigung zu erkennen. Die lokale Querschnittsschwächung infolge Rissbildung hat in Platten jedoch nur geringe Auswirkungen auf das Gesamttragverhalten der Platte. Vielmehr führt erst das sukzessive Entstehen weiterer Risse unter steigender Beanspruchung zu einer allmählichen Abnahme der Steigung im Last-Verschiebungsdiagramm. Das Bilden eines Erstrisses oder das Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls können somit nicht einer bestimmten Laststufe zugeordnet werden. Die Auswirkung vertikaler Elementfu-

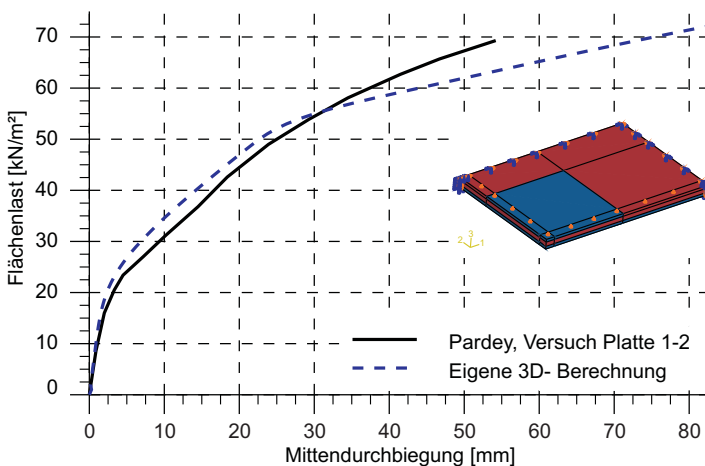


Abb. 1.3.: Last- Verschiebungsdiagramm einer zweiachsig gespannten Platte – eigene 3D-Simulation und Experiment nach Pardey [Par94]

gen auf das Tragverhalten von Fertigteildecken mit Ortbetonerfüllung hängt von der jeweiligen Belastungsstufe ab. Im ungerissenen Zustand der Platte ist der Unterschied zwischen den Querschnittssteifigkeiten in Fuge und Gesamtquerschnitt maximal. Mit zunehmendem Risswachstum sinkt die Steifigkeit des Gesamtquerschnitts. Der Unterschied zur Steifigkeit des Fugenquerschnitts nimmt ab.

Außerdem wird das Tragverhalten der Platten in besonderer Weise von der Lage vertikaler Elementfugen beeinflusst. Eine Fuge im Feldbereich liegt in der Zugzone der Platte. Diese Querschnittsschwächung kann durch Bewehrungszulagen zur Kompensation des geringeren statischen Hebelarms ausgeglichen werden. Elementfugen im Eckbereich liegen jedoch im druckbeanspruchten Bereich der Platte – dies führt zu einem gegenüber einer Vollplatte zu einem veränderten Kraftfluss.

Die horizontale Verbundfuge zwischen Fertigteilplatte und Ortbetonerfüllung hat bei liniengelagerten Platten nur einen geringen Einfluss auf das Tragverhalten der Platten. In Voruntersuchungen an einachsig gespannten Fertigteilplattenstreifen an der TU Kaiserslautern konnten nur geringe Relativverschiebungen zwischen der Fertigteilplatte und der Ortbetonerfüllung gemessen werden [Grö08a]. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher nicht weiter auf das Verbundtragverhalten der beiden Betonschichten untereinander eingegangen.

Gegenüber Ortbetonplatten ergeben sich für zweiachsig gespannte Fertigteildecken zusammenfassend folgende Einflüsse, die das Tragverhalten beeinflussen:

- unterschiedliche Höhenlage der Bewehrung in x- und y- Richtung
- Verbundfuge zwischen Fertigteilplatte und Ortbetonerfüllung
- Lage vertikaler Elementfugen

Dank wirklichkeitsnaher Werkstoffmodelle und leistungsfähiger Computer ist es mittlerweile möglich, das Tragverhalten größerer Stahlbetonstrukturen zu simulieren.

Ziel dieser Arbeit ist es, das Drilltragverhalten von zweiachsig gespannten Fertigteildecken mit Ortbetonerfüllung genauer zu untersuchen. Das Trag- und Verformungsverhalten soll sowohl durch experimentelle Untersuchungen als auch mit dreidimensionalen FE- Modellen unter Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens analysiert werden.

Hierbei sind folgende Fragestellungen zu behandeln:

- Inwieweit beeinflusst eine vertikale Elementfuge im Drillbereich das Tragverhalten der Platte, wenn die Ausführung der Fuge gemäß DIN 1045-1 [DIN08] erfolgt?
- Welchen Einfluss hat die obere Eckbewehrung auf das Tragverhalten einer Fertigteildecke mit Ortbetonerfüllung?

Um eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Tragverhaltens der Versuchsplatten zu ermöglichen, sind wichtige Voruntersuchungen notwendig. Diese sind im Folgenden kurz zusammengestellt.

- Einfluss des Elementtyps
- Untersuchung der Netzsensitivität

- Lasteinleitung der Bewehrung in die Betonelemente
- Anschluss der Betonstahlelemente an die Betonelemente
- Simulation wirklichkeitsnaher Randbedingungen

Einen wesentlichen Schwerpunkt stellt die Krafteinleitung des Betonstahls in den Beton bei entfestigendem Nachbruchverhalten dar. Voruntersuchungen werden, um mögliche Randeffekte ausschließen zu können, an einem einfachen Ersatzsystem durchgeführt. Ziel dieser Voruntersuchungen ist die Entwicklung eines eigenen Ansatzes zur Berücksichtigung des TST- Effekts in dreidimensionalen FE-Modellen.

Im Anschluss an diese Voruntersuchung erfolgt eine Absicherung des zuvor entwickelten Ansatzes mit Hilfe von Versuchsnachrechnungen an zweiachsig gespannten Stahlbetonplatten nach Pardey [Par94].

In Kapitel 7 werden alle zuvor erarbeiteten Erkenntnisse zur dreidimensionalen wirklichkeitsnahen Diskretisierung von Stahlbetonstrukturen zusammengeführt und bei der Modellbildung zur Nachrechnung der eigenen Versuchsreihe an Fertigteildecken mit Ortbetonergänzung berücksichtigt. Neben der Wahl der Elemente zur Diskretisierung der Geometrie sind bei der Untersuchung gesonderte Überlegungen zur Abbildung der Auflager notwendig. In Abbildung 1.4 ist ein Modell der durchgeführten Simulation dargestellt. In diesem Modell werden sowohl die Plattenstruktur als auch die Auflagerkonstruktion originalgetreu mit 3D-Kontinuumelementen abgebildet. Die unterschiedli-

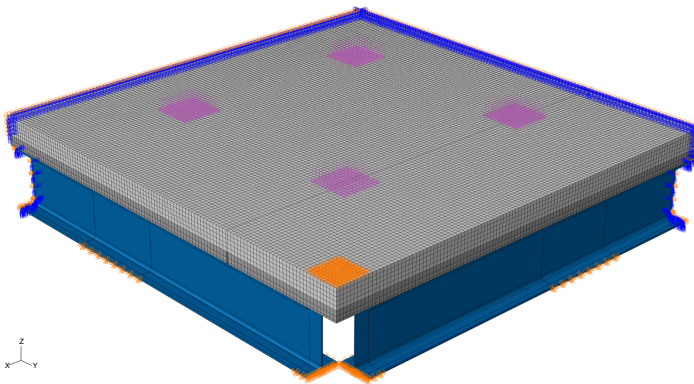


Abb. 1.4.: Dreidimensionales FE- Modell einer Fertigteildecke mit Ortbetonergänzung mit diskret modellierter Bewehrung und wirklichkeitsnahen Randbedingungen

chen Materialien der Versuchsplatte werden in den entsprechenden Modellbereichen berücksichtigt. Für die Beschreibung des Betonverhaltens wird das Werkstoffmodell *concrete damaged plasticity* von Abaqus [HKS08] eingesetzt, das sowohl Riss- und Nachbruchverhalten des Betons im Zugbereich als auch nichtlineares Verhalten unter Druckbeanspruchung abbilden kann. In der dreidimensionalen Geometrie der Modellplatten werden auch die vertikalen Elementfugen berücksichtigt. Die Bewehrung wird diskret mit Stabelementen modelliert und in die umgebenden Kontinuumelemente eingebettet (vgl. Abb. 1.5). Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen werden

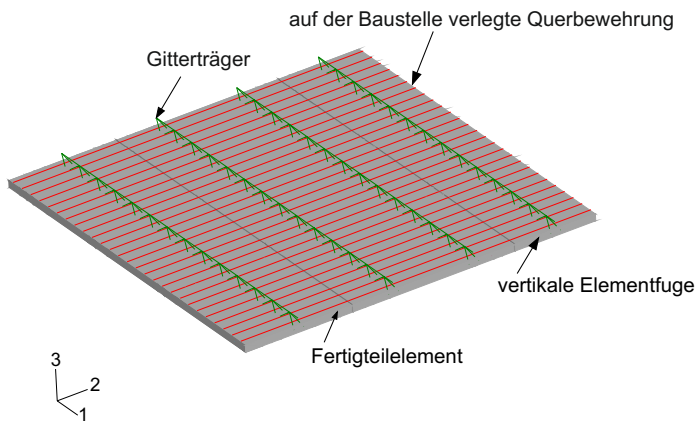


Abb. 1.5.: Modell einer zweiachsig gespannten Fertigteildecke vor Aufbringen des Ortbetons

hinsichtlich der oben genannten Fragestellung ausgewertet und mit den Messwerten verglichen.

2. Stand des Wissens

2.1. Vorbemerkungen

Zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten sind statisch hochgradig unbestimmte Tragwerke. Ihr geometrischer Bewehrungsgrad ist im Hochbau im Allgemeinen gering ($\rho = 0.2\%$ bis 1.0%). Die Berechnung der Schnittgrößen kann vereinfacht als isotrope Platte nach der Kirchhoff'schen Plattentheorie unter Ansatz der Steifigkeitswerte des reinen Betonquerschnitts erfolgen. Eine Erhöhung der Steifigkeiten oder eine mögliche anisotrope Steifigkeitsverteilung infolge des vorhandenen Bewehrungsquerschnitts darf vernachlässigt werden [SJ63].

Wird eine Platte gleichmäßig beansprucht, so verhält sie sich zunächst linear elastisch. Ab einer Beanspruchung, die in etwa der rechnerischen Gebrauchslast entspricht, stellen sich die ersten Risse in den hochbeanspruchten Bereichen in Plattenmitte ein. Weitere Risse entstehen parallel zur Winkelhalbierenden entsprechend der Bruchlinientheorie [Par94].

Die Isotropie der ungerissenen Platte geht durch Rissbildung verloren. In den gerissenen Plattenbereichen fällt die Steifigkeit ab. In den einzelnen Rissquerschnitten entstehen somit anisotrope Steifigkeitsverhältnisse. Das im gerissenen Zustand vorliegende Steifigkeitsverhältnis ist vom vorliegenden Bewehrungsgrad und dem Winkel zwischen Hauptspannungs- und Bewehrungsrichtung abhängig. Bei weiterer Laststeigerung breiten sich die Risse über die gesamte Plattenfläche aus.

Mit Erreichen eines abgeschlossenen Rissbildes hat sich erneut eine annähernd gleichmäßige Steifigkeitsverteilung eingestellt. Die Schnittgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit stimmen daher im gerissenen Zustand näherungsweise mit denen im ungerissenen Zustand überein. Begrenzt wird die Tragfähigkeit von Stahlbetonplatten aufgrund ihres geringen Bewehrungsgrads im Allgemeinen durch ein Versagen der Bewehrung.

Die Rissbildung in Betonquerschnitten führt zu einer Dehnung der Mittelachse. Sie ist somit nicht mehr verzerrungsfrei. Die Voraussetzungen der Kirchhoff'schen Plattentheorie sind nicht mehr gegeben. Das Aufreißen der Querschnitte führt zu Normalspannungen in der Platte. Der Lastabtrag der Platte erfolgt im gerissenen Zustand somit über eine Kopplung aus Biege- und Membrantragverhalten. Schäfer [Sch76] gibt nach Auswertung einiger Versuchsergebnisse den Beginn der Membrantragwirkung bei maximalen Durchbiegungen in Feldmitte mit $w \approx 0.2 \times h$ an. Ein nennenswerter Anteil der Membrantragwirkung am Gesamttragverhalten ist jedoch erst ab Durchbiegungen in Größenordnungen der Plattenstärke ($w > h$) beobachtet worden. Die infolge der Membrantragwirkung entstehenden Horizontalkräfte werden über horizontal unverschiebliche Lagerung der Plattenränder oder durch einen Druckring, der über den Beton gebildet wird, aufgenommen.

Seit Beginn des 20. Jahrhunderts sind Stahlbetonplatten immer wieder Gegenstand experimenteller, analytischer und seit ca. 1970 auch numerischer Untersuchungen. Obwohl konstruktionsbedingt einige Unterschiede zu Stahlbetonplatten in Ortbetonbauweise bestehen, zeigen Fertigteildecken mit Ortbetonergänzung ein nahezu identisches Tragverhalten. Aus diesem Grund werden im Folgenden die wichtigsten Erkenntnisse für das Tragverhalten beider Bauweisen kurz dargestellt. Ausführliche Zusammenfassungen zu diesem Thema sind u. a. in Pardey [Par94] und Gersiek [Ger90] angegeben.

2.2. Untersuchungen zum Tragverhalten zweiachsig gespannter Stahlbetonplatten

Erste umfangreiche Untersuchungen sind in Deutschland von Graf und Gehler durchgeführt worden ([Gra15], [Gra26], [GW48] und [GAB32]). In diesen Versuchen ist unter anderem die Auswirkung der Bewehrungsanordnung in quadratischen, allseits linien-gelagerten Platten untersucht worden. Die Bewehrung bestand in diesen Versuch-reihen aus unprofiliertem Rundstahl mit niedriger Streckgrenze, der in Stampfbeton eingebettet wurde. Diese Versuche haben gezeigt, dass sich Krümmungen und Risse bei unprofilierten Bewehrungsstäben in den Fließgelenklinien der Platte konzentrieren.

Franz [Fra70] hat weitere Untersuchungen zum Tragverhalten von rechteckigen allseits gelagerten Stahlbetonplatten angestellt. In den Versuchen sind unter anderem die Einflüsse unterschiedlicher Bewehrungsanordnungen auf das Last- Verformungsverhalten der Platten analysiert worden. Es ist gezeigt worden, dass eine Erhöhung der Hauptbewehrung bei einem Verhältnis von $a_{sx}/a_{sy} = 2,6$ in rechteckigen Stahlbetonplatten unmittelbar zu einer Steigerung der Bruchlast führt, ohne das Verformungsverhalten nennenswert zu beeinflussen. Es wird daher vorgeschlagen, die Bewehrung in der Nebenrichtung rechteckiger Stahlbetonplatten lediglich als Rissbewehrung auszuführen.

Gersiek [Ger90] hat 1990 Versuche an allseits gelenkig gelagerten Stahlbetonplatten mit quadratischem Grundriss und verschiedenen Bewehrungsanordnungen durchgeführt. Hierbei ist festgestellt worden, dass die Bruchlast der Platten erheblich gesteigert werden kann, wenn die Bewehrungsführung an den Bruchmechanismus angepasst ist. Es konnte gezeigt sich, dass Platten mit einer Bewehrung in Hauptzugspannungsrichtung das günstigste Tragverhalten aufweisen. In Platten mit einer ringförmigen Bewehrung könnte aufgrund der entstehenden Umlenkkräfte sogar auf eine Bewehrung in radialer Richtung verzichtet werden. Eine derartige Bewehrungsführung führt jedoch zu breiten Rissen und wird daher nicht empfohlen. In weiteren Untersuchungen wurde herausgestellt, dass die obere Eckbewehrung in Platten nur einen geringen Einfluss auf dessen Bruchlast hat.

Pardey [Par94] hat experimentelle Untersuchungen an Stahlbetonplatten durchgeführt und vergleicht ihr Tragverhalten mit dem Ergebnis physikalisch nichtlinearer Berechnungen. Schwerpunkt seiner Arbeit ist unter anderem die Anwendbarkeit der Bruchlinientheorie unter Verwendung von Betonstählen mit normaler Duktilität (BSt 500 M) nach EC 2 [Eur91]. Aufgrund des guten Verbundverhaltens der gerippten Betonstähle bilden sich weitere Risse parallel zu den Fließgelenklinien nach Bruchlinientheorie aus, sogenannte Fließzonen. Weiter konnte gezeigt werden, dass die experimentell unter

Ausnutzung des Verfestigungsverhaltens der Bewehrungsstähle ermittelte Bruchlast der allseits gelenkig gelagerten Platten deutlich über der rechnerischen Tragfähigkeit nach Bruchlinientheorie liegt.

2.3. Untersuchungen zum Tragverhalten ein- und zweiachsig gespannter Fertigteilplatten mit Ortbetonergrünzung

Mit Einführung der Fertigteildecken mit Ortbetonergrünzung hat man zunächst angenommen, dass sich vertikale Elementfugen deutlich auf das Drilltragverhalten der Platten auswirken. Bei der Bemessung der Fertigteildecken ist man daher zunächst davon ausgegangen, dass sich die günstige Wirkung der Drillmomente in diesen Platten nicht einstellt. In der ersten Ausgabe der DIN 1045 [DIN72] im Jahr 1972 hat deshalb die Ermittlung der Schnittgrößen ohne Berücksichtigung der Drilltragwirkung in Platten aus Fertigteilen mit Ortbetonergrünzung vorgesehen. Die Vernachlässigung der Drilltragwirkung führt bei einer allseits gelenkig gelagerten quadratischen Platte zu einer näherungsweisen Verdopplung des Feldmoments ($M_{drillweich}/M_{drillsteif} = 2,08$). Dies hat zu einem deutlich höheren Bewehrungsbedarf in Fertigteilplatten mit Ortbetonergrünzung geführt.

Schießl und Kutsch [SK79] haben umfangreiche Versuche zum Tragverhalten von Fertigteildecken mit Ortbetonergrünzung durchgeführt. Hierbei sind alle wesentlichen Unterschiede der Bewehrungsführung und Geometrie, die sich fertigungsbedingt zwischen in Ortbetonbauweise hergestellten Stahlbetonplatten und Fertigteilplatten mit Ortbetonergrünzung ergeben, experimentell untersucht worden. In plattenähnlichen einachsig gespannten Versuchskörpern ist unter konstanter Drillbeanspruchung gezeigt worden, dass eine vertikale Elementfuge einen Abfall der Bruchlast bewirkt. In zweiachsig gespannten Fertigteilplatten mit Ortbetonergrünzung hat der Steifigkeitsabfall infolge vertikaler Elementfugen jedoch zu keinem nennenswerten Tragfähigkeitsverlust geführt. Aufgrund dieser Untersuchungen darf seit Erscheinen der DIN 1045 Ausgabe 1988 [DIN88] die volle Drillsteifigkeit für Fertigteildecken mit Ortbetonergrünzung angesetzt werden, wenn sich keine Elementfuge im Drillbereich befindet. Der Drillbereich ist dabei mit $0,3 \cdot l_{min}$ abzuschätzen.

Den Einfluss vertikaler Elementfugen auf die Schnittgrößen haben Bechert und Furche [BF93] in einer Parameterstudie rechnerisch untersucht. In linear-elastischen FE-Berechnungen wird der Einfluss vertikaler Elementfugen für verschiedene Plattenabmessungen und Plattenstärken untersucht. Die Breite des Störbereichs der vertikalen Elementfuge wird in den Berechnungen beidseits der Fuge mit der dreifachen Elementplattenstärke (h_{FT}) angesetzt. Die Elementhöhe wird im Störbereich auf die Stärke der Ortbetonergrünzung (h_{OBE}) abgemindert. Im Vergleich zu Berechnungen mit isotroper Steifigkeit haben sich um ca. 5 % größere Feldmomente ergeben [BF93]. Furche schlägt daher vor, den Einfluss vertikaler Elementfugen näherungsweise durch eine Erhöhung der Schnittgrößen um 5 % zu berücksichtigen.

Goldberg [GSL93] hat in einfachen linear-elastischen FE-Berechnungen für unterschiedliche Stützweitenverhältnisse gezeigt, dass die Feld- und Drillmomente nur geringfügig von denen in Ortbetonplatten abweichen. Die Bemessung für Fertigteilplatten mit Ortbetonergrünzung darf demnach mit den gängigen Verfahren (kd- Verfahren, allge-

meines Bemessungsdiagramm) durchgeführt werden. Wird die Bewehrung in Nebenrichtung auf dem Fertigteil verlegt, so ist die hieraus resultierende Abminderung des inneren Hebelarms bei der Bemessung zu berücksichtigen [GSL93].

Schäfer und Schmidt-Kehle [SSK96] haben vergleichende Untersuchungen zum Schubtragverhalten an monolithischen und nachträglich ergänzten Plattenstreifen durchgeführt. In den Versuchen zeigte sich, dass die Ausführung der Verbundfuge wesentlichen Einfluss auf das Querkrafttragverhalten der Plattenstreifen hat. Ziel ist es daher, eine Verbundfestigkeit zu erzielen, die bis zum Versagen das Tragverhalten einer monolithisch hergestellten Platte gewährleistet [SSK96].

Ernst und Marti [EM98] haben Versuche an Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung durchgeführt. Neben Untersuchungen zur Bewehrungsführung im Bereich von Tragstößen mit vertikalen Elementfugen ist vor allem das Tragverhalten von punktgestützten Ortbeton- und Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung unter gleichmäßig verteilter Beanspruchung untersucht worden. Hierbei hat sich gezeigt, dass sich im Bereich vertikaler Elementfugen zwar erste Biegerisse bereits bei niedrigen Laststufen einstellen, sich jedoch mit zunehmender Beanspruchung netzartige Risse bilden, die sich über die gesamte Plattenfläche ausbreiten.

Ist eine vertikale Fuge im Drillbereich nicht zu vermeiden, so darf nach DIN 1045 [DIN08] die volle Drilltragfähigkeit der Platte auch angesetzt werden, wenn der Randbereich der Fertigteile mit zusätzlichen Gitterträgern gegen ein mögliches Aufklaffen der Verbundfuge gesichert wird. Die DIN 1045-1 [DIN08] fordert für diesen Fall den Randbereich durch zusätzliche Gitterträger auf beiden Seiten parallel zur Fuge mit einem max. Randabstand von 100 mm zu verstärken. Ein Aufklaffen der horizontalen Verbundfuge infolge der im Eckbereich wirkenden Drillmomentenbeanspruchung soll durch die zusätzlich eingebauten Gitterträger verhindert werden.

Curbach und Brückner [CB06] haben in einer FE-Studie das Tragverhalten von Flachdecken in Halbfertigteilbauweise unter Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens von Beton untersucht. Das Verformungsverhalten von Flachdecken ist für verschiedene Stützweiten und Plattendicken analysiert worden. Im Vergleich zu Ortbetonplatten konnte gezeigt werden, dass das relative Verformungsverhalten belastungsabhängig ist. Eine Platte mit vertikaler Elementfuge in Feldmitte hat sich bei geringen Beanspruchungen zunächst weicher verhalten als eine vergleichbare Ortbetonplatte. Mit zunehmender Beanspruchung verringert sich die Relativverformung jedoch deutlich, da große Bereiche der Ortbetonplatte in den gerissenen Zustand II übergehen und sich die Steifigkeiten der beiden Plattentypen annähern.

2.4. Wirklichkeitsnahe Simulation des Tragverhaltens zweiachsig gespannter Stahlbetonplatten

Eine wirklichkeitsnahe Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetontragwerken mit Hilfe nichtlinearer FE- Modelle erfordert eine hinreichend genaue Beschreibung der Geometrie und des Werkstoffverhaltens. Weiter ist eine geeignete Elementwahl sowie die Diskretisierung Grundvoraussetzung für eine gute Lösung des Problems.

Die physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten ist bereits seit Beginn der siebziger Jahre Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen vgl. [Kol88], [Kom83], [KKL⁺76], [Par94], [Sch82] u.a. Die Beschreibung der Steifigkeit erfolgt näherungsweise im Integral über den Gesamtquerschnitt oder bei Weggrößenverfahren mit geschichteten Elementen mit konstanten Spannungszuständen, die über die gesamte Querschnittshöhe zu Schnittgrößen aufintegriert werden.

Aufgrund ihrer geringen Dicke im Verhältnis zu den übrigen Bauteilabmessungen werden Stahlbetonplatten auch heute noch mit zweidimensionalen Modellen bei vertretbarem Rechen- und Modellierungsaufwand erfolgreich eingesetzt. Hierbei kommen i.d.R. Weggrößenelemente mit mehreren Integrationspunkten über den Querschnitt zum Einsatz.

Steigende Rechnerkapazitäten ermöglichen es mittlerweile Simulationen mit wirklichkeitsnahen Werkstoffmodellen auch bei größeren Bauteilen zur Untersuchung des Tragverhaltens einzusetzen. Hierbei wird immer häufiger auch die Struktur wirklichkeitsnah durch dreidimensionale Kontinuumsэлеmente abgebildet [KRH07].

Bei der dreidimensionalen Simulation von dicken und dünnen Schalen werden sowohl Volumenelemente als auch 3D- Schalenelemente eingesetzt. Hartmann [HBR05] hat in einer FE- Studie die Leistungsfähigkeit von 3D- Schalenelementen an L-förmigen Scheiben nach Winkler [Win01] untersucht. Das Werkstoffverhalten des Betons ist unter Berücksichtigung seines entfestigenden Werkstoffverhaltens mit einem Plastizitätsmodell nach Menrath [Men99] abgebildet worden. Hierbei ist für das 7-parametrische 3D- Schalenelement ein *Locking-Effekt* beobachtet worden. Im Nachbruchverhalten führen Querspannungen in der einspringenden Ecke zu diesem Versteifungseffekt.

Keuser und Rüdiger [KRH07], [RKB08] haben unter anderem die Einflüsse der Ausrichtung eines orthogonalen Bewehrungsnetzes zur Hauptspannungsrichtung bei zweiachsig gespannten Platten aus Stahlbeton unter konstanter Momentenbeanspruchung untersucht. An insgesamt drei zweiachsig gespannten Platten ist das Tragverhalten bis zum Bruchzustand untersucht worden. Die drei Platten sind einheitlich mit Stabstählen $\varnothing - 10\text{ cm}$ orthogonal bewehrt worden. Das orthogonale Bewehrungsnetz ist in drei Winkeln 0° , $22,5^\circ$ und 45° zur Hauptspannungsrichtung ausgeführt worden. Die Versuchsreihe ist mit dreidimensionalen FE- Berechnungen nachgerechnet worden. Gute Ergebnisse hat hier die Abbildung der Betonstruktur mit 8-knotigen Volumenelementen mit inkompatiblen Moden erzielt. Die Bewehrung ist eindimensional als Stab *truss*-Element diskretisiert und in die umgebenden Betonelemente eingebettet worden. Der Verbund zwischen Bewehrung und Beton ist somit näherungsweise als starr idealisiert worden. Das Trag- und Verformungsverhalten der experimentellen Untersuchung ist in guter Übereinstimmung durch die nichtlinearen Berechnungen abgebildet worden.

In eigenen Berechnungen [Grö08b] sind numerische Voruntersuchungen zum Tragverhalten von zweiachsig gespannten Fertigteilplatten durchgeführt worden. In diesen Berechnungen wurden sowohl das Werkstoffverhalten als auch die Geometrie der Fertigteilplatten wirklichkeitsnah simuliert. In einer vorgeschalteten Konvergenzstudie mit unterschiedlichen Elementtypen konnte gezeigt werden, dass das Biegetragverhalten mit Hexaederelementen mit inkompatiblen Moden sehr gut abzubilden ist. Weitere dreidimensionale FE- Berechnungen haben gezeigt, dass die obere Eckbewehrung lediglich einen geringen Einfluss auf das Tragverhalten der Platte hat.

3. Werkstoffverhalten von Stahlbeton

Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen wird im Wesentlichen von seinem Werkstoffverhalten, der Bauteilgeometrie sowie den Lagerungsbedingungen bestimmt. Im folgenden Abschnitt werden daher zunächst die wesentlichen Werkstoffeigenschaften des Betons und des Betonstahls sowie das Verbundverhalten der beiden Werkstoffe zueinander erläutert.

3.1. Beton

Beton ist ein inhomogener Werkstoff, der aus grobkörnigen Zuschlägen, hydraulischen Bindemitteln und Wasser hergestellt wird. Sein Materialverhalten ist von vielen Parametern abhängig. Dies bedeutet gleichzeitig, dass das gewünschte Werkstoffverhalten entsprechend den Anforderungen individuell gesteuert werden kann.

Im Folgenden wird das Tragverhalten von Beton unter einachsiger Zug- und Druckbeanspruchung sowie mehrachsigen Spannungszuständen ausführlich beschrieben. In Kapitel 4 folgt eine wirklichkeitsnahe Beschreibung dieses Tragverhaltens durch ein Rechenmodell.

3.1.1. Zugbeanspruchung

Beton verhält sich bis zu einer Beanspruchung von ca. $2/3$ der mittleren Betonzugfestigkeit f_{ctm} in erster Näherung linear elastisch. Die mechanische Beschreibung des Werkstoffverhaltens kann in diesem Beanspruchungsbereich mit ausreichender Genauigkeit durch den Tangentenmodul im Ursprung der Spannungs-Dehnungsbeziehung E_{c0} beschrieben werden. Die Dehnungen sind in diesem Beanspruchungsbereich gleichmäßig über den gesamten Querschnitt verteilt [ZZ06]. Mikrorisse sind aufgrund des Hydratationsprozesses und des Betonschwindens bereits vorhanden. Ihr Einfluss auf das Tragverhalten der Probe ist jedoch vernachlässigbar.

Bei Laststeigerung bilden sich weitere Mikrorisse, die sich mit Erreichen der Bruchlast in einem Makroriss vereinen. Die inhomogene Struktur des Betons führt zu Spannungsschwankungen innerhalb der Probe. Der Querschnitt mit der größten Querschnittsschwächung löst das Versagen der Zugprobe aus. Die Entfestigung des Betons ist jedoch ausschließlich auf einen sehr begrenzten Bereich der sogenannten Rissprozesszone beschränkt. Es findet eine Lokalisierung der Dehnungen innerhalb der Bruchzone statt (vgl. Abb. 3.1). Die Gesamtlast in der Probe sinkt und führt zur Entlastung aller Querschnittsbereiche außerhalb der Bruchzone [Dud91].

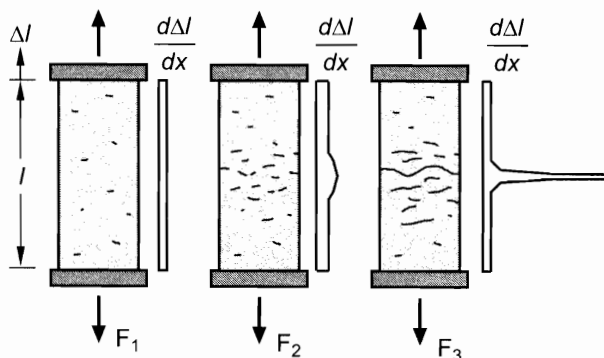


Abb. 3.1.: Lokalisierung der Dehnungen einer unbewehrten Betonprobe unter weggesteuerter Zugbeanspruchung [ZZ06].

Das entfestigende Nachbruchverhalten führt zu Spannungs-Dehnungsbeziehungen, die von der untersuchten Probengeometrie abhängen. Wird hingegen eine Spannungs-Verschiebungsbeziehung aufgestellt, so ergeben sich auch bei unterschiedlichen Probenhöhen annähernd übereinstimmende Graphen [Mie86]. Die Fläche unterhalb der Spannungs-Verschiebungslinie gibt die spezifische Bruchenergie der Probe an.

Das Nachbruchverhalten hängt in großem Maße von der Betonfestigkeit ab. In Betonen mit geringer Festigkeit verlaufen die Rissufer in der Regel entlang der Korngrenzen. Die Rauigkeit der Bruchfläche ist dementsprechend groß, so dass Schubspannungen übertragen werden können. Mit steigender Betonfestigkeit nimmt das Verhältnis der Festigkeit des Zementsteins gegenüber den Zuschlagstoffen zu. In hochfesten Betonen bilden sich daher häufig Risse, die durch die Zuschlagstoffe hindurchgehen. Das resultierende Rissufer ist entsprechend glatt, so dass nur geringe Reibungskräfte übertragen werden können (vgl. Abb. 3.2).

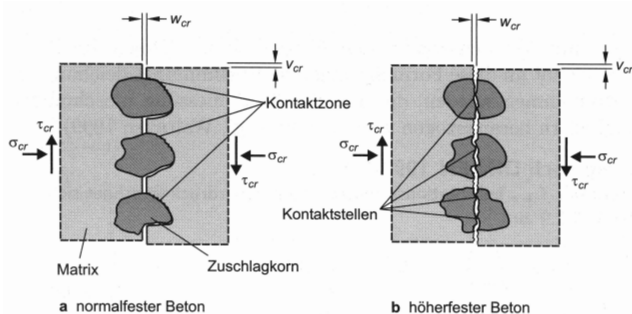


Abb. 3.2.: Einfluss des Verhältnisses der Festigkeit von Zuschlagkorn und Zementleim auf die Ausbildung der Rissoberfläche [ZZ06]

In Abbildung 3.3 ist das Nachbruchverhalten verschiedener Betone mit unterschiedlicher Festigkeit als Spannungs- Verschiebungsbeziehung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass höherfeste Betone auch eine deutlich höhere Zugfestigkeit aufweisen. Je-

doch fällt die im Nachbruchbereich übertragbare Zugspannung bereits bei geringen Rissbreiten deutlich ab. Mit zunehmender Rissbreite nähern sich die Linien an. Ab einer Rissverschiebung von ca. $30\mu\text{m}$ zeigt sich für alle Festigkeitsklassen ein nahezu gleiches Tragverhalten.

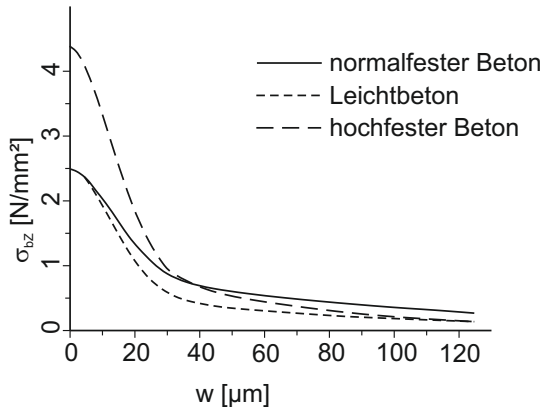


Abb. 3.3.: Spannungs-Verschiebungsdiagramm für Betone mit unterschiedlicher Festigkeit nach Duda [Dud91]

Die Bruchenergie ist somit von der untersuchten Probenfestigkeit abhängig. Das Nachbruchverhalten einer bestimmten Betonfestigkeitsklasse wird daher häufig mit der *spezifischen Bruchenergie* oder auch *Rissverschiebung* angegeben.

3.1.2. Druckbeanspruchung

3.1.2.1. Einachsiges Verhalten

Das mechanische Verhalten von Beton wird vorwiegend von der Zementmatrix, den Zuschlagstoffen und dem Verbundverhalten untereinander bestimmt. Bereits während der Betonerhärtung können feine Mikrorisse infolge abfließender Hydratationswärme oder Schwindverformungen des Zementsteins im noch unbelasteten Beton entstehen [ZZ06], [Loh00]. Wird ein Probekörper einachsig auf Druck beansprucht, so führen unregelmäßige Struktur sowie bereits vorhandene Risse zu einer weiteren Rissentwicklung bereits bei geringen Beanspruchungen. Im Probekörper führen diese Mikrorisse zu Umlagerungen und folglich zu einer Abnahme der Steifigkeit. Bis zu einer Betondruckspannung von ca. 40% der mittleren Betondruckfestigkeit ($\sigma_c \approx 0,4 \cdot f_{cm}$) ist dieser Einfluss der Mikrorissbildung jedoch vernachlässigbar. Die Steifigkeit darf in diesem Beanspruchungsbereich daher näherungsweise durch den Sekantenmodul E_{cm} beschrieben werden [Hef03]. Der Elastizitätsmodul wird maßgebend von der Steifigkeit des Zementsteins, von der Steifigkeit der Zuschlagstoffe sowie dem Verbundverhalten zwischen Zuschlag und Zementstein beeinflusst. Näherungsweise darf der mittlere Elastizitätsmodul E_{cm} in Abhängigkeit von der Art der Gesteinskörnung α_E bestimmt

werden vgl. Gl. (3.1).

$$E_{cm} = \alpha_E \cdot E_{c0} \quad (3.1)$$

Der Beiwert α_E darf nach CEB-FIP Model Code 90 [CEB91] wie folgt angesetzt werden:

Tab. 3.1.: Beiwert α_E in Abhängigkeit von der Art der Gesteinskörnung nach MC90 [CEB91]

Art der Gesteinskörnung	α_E	
Basalt, dichter Kalkstein	1,05	bis 1,45
Quarz, Quarzite	0,80	bis 1,20
Kalkstein	0,70	bis 1,10
Sandstein	0,55	bis 0,85

In guter Näherung darf der Elastizitätsmodul sowohl für Berechnungen von Druck- und Zugbeanspruchungen angewendet werden. Unter Zugbeanspruchung verhält sich Beton bis $\approx 90\%$ seiner Zugfestigkeit f_{ctm} linear elastisch [HR00].

In normalfesten Betonen weisen die Zuschlagstoffe deutlich höhere Festigkeiten auf als der Zementstein. Dies führt neben der unregelmäßigen Struktur der Zuschlagstoffe auch unter einachsiger Beanspruchung zu einer unregelmäßigen Spannungsverteilung über den Querschnitt (vgl. Abb. 3.4).

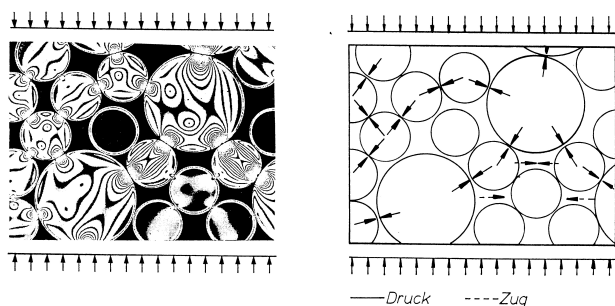


Abb. 3.4.: links: Spannungsoptische Aufnahme von Beton unter Druckbeanspruchung, rechts: schematische Darstellung der Spannungen in den einzelnen Zuschlägen [Rei95]

Bei Beanspruchungen größer $0,4 \cdot f_{ck}$ bilden sich immer weitere Mikrorisse. Die Mikrorisse verlaufen in der Regel entlang der Korngrenzen und sind ursächlich für das zunehmend nichtlineare Tragverhalten im Vorbruchbereich. Ab einer Beanspruchung von ca. 70 bis 80 % der Druckfestigkeit vereinigen sich mehrere Mikrorisse zu Makrorissen. Das Riss- und Bruchverhalten eines Probekörpers wird bei gleichen Betonfestigkeiten maßgebend von seiner Geometrie und den vorherrschenden Lagerungsbedingungen bestimmt. Wird der Probekörper zwischen Stahlplatten eingeklemmt, so führt dies aufgrund Coulomb'scher Reibung zu einer Querdehnungsbehinderung im

Lasteinleitungsbereich. Im Lasteinleitungsbereich entsteht aufgrund dieser Querdehnungsbehinderung ein dreiachsiger Spannungszustand. Erst in einiger Entfernung von der Lastplatte ist der Lagerungseinfluss insoweit abgeklungen, dass sich hier ein näherungsweise einachsiger Spannungszustand einstellt. In Abbildung 3.5 ist der Einfluss von Lagerung und Geometrie auf das Bruchbild unter einachsiger Druckbeanspruchung dargestellt. In einem großen Bereich des schlanken Zylinders mit einer Höhe von 300 mm können sich die Querdehnungen nahezu unbehindert einstellen. Das resultierende Bruchbild ähnelt im mittleren Bereich dem würfelförmigen Prüfkörper mit zwängungsarmer Lagerung durch Stahlbürsten. Der Bruchzustand wird durch Spaltung des Probekörpers in mehrere parallele Lamellen erreicht.

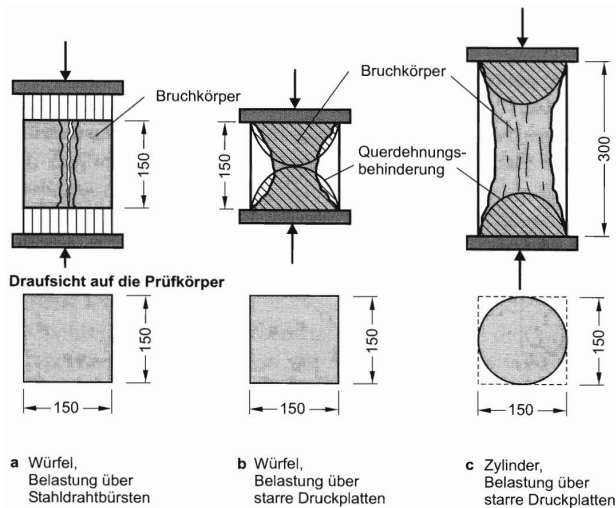


Abb. 3.5.: Einfluss von Lagerung und Geometrie auf das Bruchbild der Probekörper unter einachsiger Druckbeanspruchung [ZZ06]

Um den Einfluss der Lagerplatten auf den Spannungszustand im Probekörper zu minimieren, sind von Kupfer [Kup73] Stahlbürsten zur Festhaltung des Probekörpers entwickelt worden. Die Stahlbürsten ermöglichen auch Querdehnungen im Lasteinleitungsbereich, so dass sich nahezu im gesamten Probekörper ein idealer einachsiger Spannungszustand einstellt.

Die Untersuchung des Nachbruchverhaltens ist unter Druck- sowie unter Zugbeanspruchung aufgrund des entfestigenden Werkstoffverhaltens sehr aufwendig. Van Mier [Mie86] hat in experimentellen Untersuchungen an Betonprismen unterschiedlicher Höhe das Tragverhalten von Beton im Nachbruchbereich untersucht. An Prismen mit einer Querschnittsfläche von $10 \times 10\text{ cm}$ unterschiedlicher Länge ist gezeigt worden, dass die Spannungs-Dehnungsbeziehung von der jeweiligen Höhe des Probekörpers abhängig ist (vgl. Abb. 3.6). Hohe Druckproben versagen spröde mit einem ausgeprägten Schubbruch. Mit abnehmender Probekörperhöhe wird das Bruchverhalten immer duktiler. Im Diagramm ist dies durch einen flacheren Verlauf des Graphen im Nachbruchbereich zu erkennen.

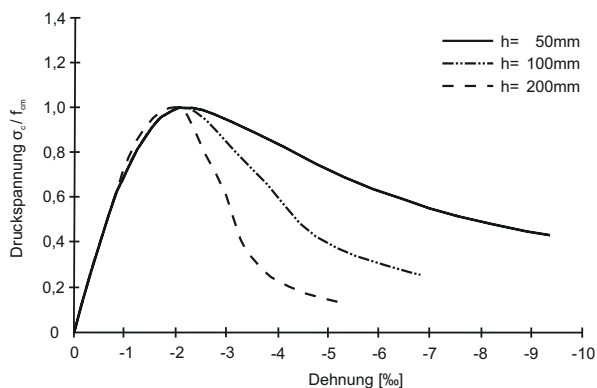


Abb. 3.6.: Betondruckspannung in Abhängigkeit der Stauchung für unterschiedliche Probenhöhen nach van Mier [Mie86]

Werden die Spannungen hingegen in Abhängigkeit der Probenverkürzung dargestellt, so ergibt sich für alle Proben unterschiedlicher Höhe ein näherungsweise gleicher Verlauf des Diagramms (vgl. Abb. 3.7). Demnach findet auch unter Druckbeanspruchung eine Lokalisierung der Dehnungen in den Bruchflächen der Probekörper, ähnlich wie es unter Zugbeanspruchung zu beobachten ist, statt (vgl. Abschnitt 3.1.1).

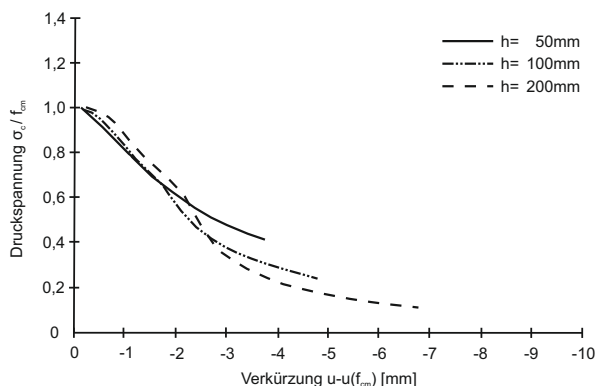


Abb. 3.7.: Betondruckspannung in Abhängigkeit der Probenverkürzung für unterschiedliche Probenhöhen nach van Mier [Mie86]

Vonk [Von92] hat in weiteren Untersuchungen gezeigt, dass die Bruchenergie unter Druckbeanspruchung sowohl von der Probengeometrie als auch von ihren Versuchsbedingungen abhängt (vgl. Abb. 3.8). Die horizontale, gestrichelte Linie gibt die lokale Bruchenergie an, sie ist auch bei unterschiedlichen Probenhöhen konstant. Veränderlich und somit von der Probengeometrie abhängig ist der Anteil der Bruchenergie im Kontinuum (von links nach rechts ansteigende Linie). Eine Lokalisierung der Dehnungen findet somit nur für einen Teil der Dehnungen statt, die übrigen Dehnungen verbleiben im Kontinuum. Lackner [Lac99] schlägt vor, das entfestigende Werkstoffverhalten

im Druckbereich durch eine Exponentialfunktion unter Berücksichtigung der spezifischen Bruchenergie abzubilden.

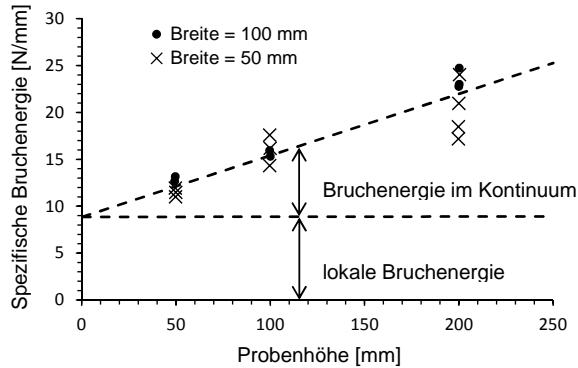


Abb. 3.8.: Freigesetzte Bruchenergie unter Druckbeanspruchung – Lokal und im Kontinuum [Von92]

Wird ein Körper in eine vorgegebene Richtung beansprucht, so verformt er sich auch quer zu dieser. Für linear-elastisches Werkstoffverhalten ist das Verhältnis aus Querdehnung zu Längsdehnung konstant und wird durch den dimensionslosen Proportionalitätsfaktor ν beschrieben. Für Betone normaler Festigkeitsklassen kann die Querdehnzahl im Gebrauchslastniveau unter einachsiger Beanspruchung zu 0,15 bis 0,22 % angegeben werden [ZD06]. Bis zu einer Beanspruchung von ca. 70 bis 80 % der Druckfestigkeit kann die Querdehnung als konstant angesehen werden. Oberhalb dieser Beanspruchung steigen die Querdehnungen deutlich an. Im Nachbruchbereich kann die Querdehnung Werte von bis zu $\nu = 0,5$ annehmen [Che82]. Eine Entwicklung der Querdehnung in Abhängigkeit der Beanspruchung wird für Betone mit verschiedenen Festigkeiten in Abbildung 3.9 in normierter Darstellung gezeigt.

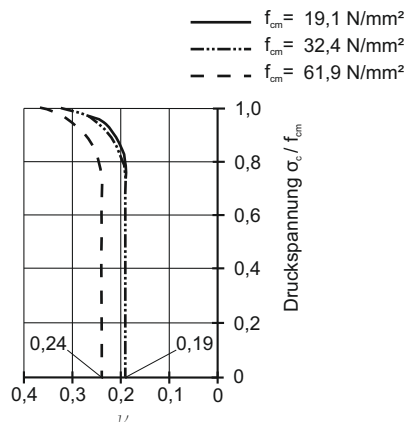


Abb. 3.9.: Entwicklung der Querdehnung unter zunehmender Druckbeanspruchung für unterschiedliche Betonfestigkeiten in normierter Darstellung nach Chen [Che82]

3.1.2.2. Zweiachsiges Verhalten

Umfangreiche Untersuchungen zum Tragverhalten von Beton unter zweiachsiger Beanspruchung sind erstmals von Kupfer durchgeführt worden [Kup73]. Durch die Entwicklung einer nahezu zwängungsfreien Lasteinleitung mit Stahlbürsten ist es gelungen, zweiachsige Spannungszustände experimentell zu untersuchen. Stellt man die maximale Bruchspannung für alle möglichen Spannungsverhältnisse in einem Diagramm dar, so ergibt sich das typische Diagramm zur Beschreibung der zweiachsigen Betonfestigkeit nach Kupfer [Kup73] (vgl. Abb. 3.10).

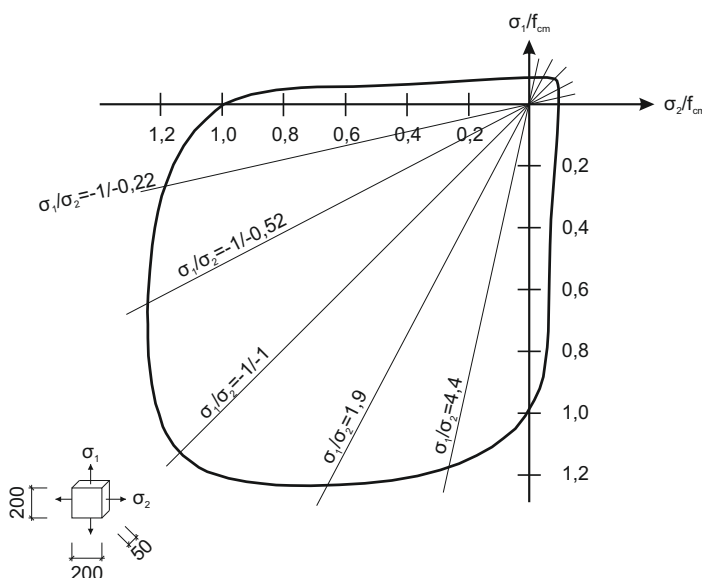


Abb. 3.10.: Experimentell ermittelte Bruchumhülle unter zweiachsiger Beanspruchung nach Kupfer [Kup73]

Die Bruchspannung hängt maßgebend vom vorherrschenden Verhältnis der beiden Spannungen zueinander ab. Wird ein gedrückter Probekörper in Querrichtung zusätzlich auf Zug beansprucht, so wird nur ein Bruchteil seiner einachsigen Bruchlast erreicht. Die infolge der Druckbeanspruchungen entstehenden Querkzugkräfte werden durch die zusätzliche Querkzugbeanspruchung erhöht, so dass die bruchauslösende Zugfestigkeit schon bei geringeren Laststufen erreicht wird.

Unterstützt man den Probekörper in Querrichtung hingegen durch eine Druckbeanspruchung, so lässt sich die Bruchlast über die einachsige Bruchlast hinaus steigern. Bei einem Spannungsverhältnis σ_1/σ_2 von ca. 2/1 ist eine Zunahme der Bruchlast von etwa 20 bis 30 % ermittelt worden. Bei einem Verhältnis von 1/1 beträgt die Bruchlaststeigerung für normalfesten Beton ca. 16 % gegenüber der einachsigen Festigkeit. Diese Bruchlaststeigerung kann für normalfesten Beton mit unterschiedlichen Festigkeiten als nahezu konstant angesehen werden [Kup73].

In numerischen Untersuchungen hat Link [LMS72] festgestellt, dass zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten aufgrund ihres im Allgemeinen geringen Bewehrungsgrads, Betonspannungen oberhalb der einachsigen Festigkeit erst mit Eintritt der Bewehrung in das Fließplateau erreichen.

Das Spannungs-Dehnungsverhalten unter zweiachsiger Beanspruchung ist mit den bekannten Diagrammen unter einachsiger Beanspruchung zu vergleichen. Es ist zu erkennen, dass die Festigkeitssteigerung bei steigender Querbeanspruchung zu deutlich größeren Bruchstauchungen führt. Desweiteren steigen die Dehnungen quer zur Beanspruchungsebene ab einer Beanspruchung von ca. 80% der Betondruckfestigkeit deutlich an (vgl. Abb. 3.11).

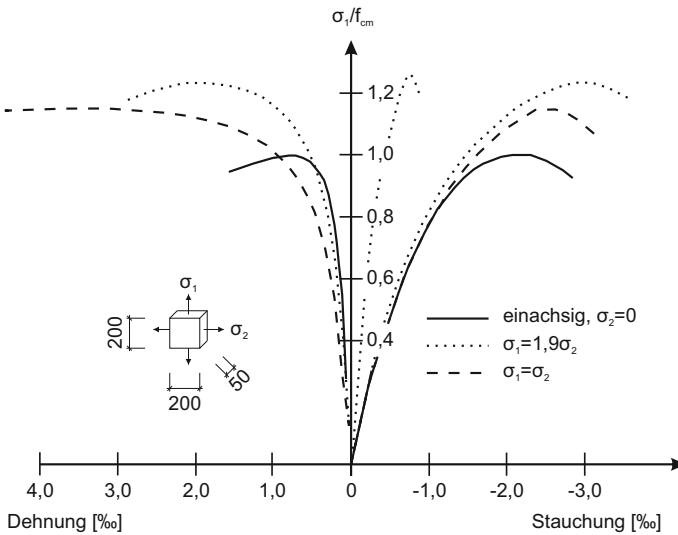


Abb. 3.11.: Spannungs-Dehnungslinien unter zweiachsiger Druckbeanspruchung nach Kupfer [Kup73]

Diese deutliche Dehnungszunahme führt gleichzeitig zu einer Volumenänderung des Probekörpers. In Abbildung 3.12 sind die Volumenänderung unter zweiachsiger Druckbeanspruchung gegenübergestellt. Bis zu einer einachsigen Druckbeanspruchung von $\sigma \approx 0,8 \cdot f_{cm}$ nimmt das Probenvolumen stetig ab. Der Wert von f_{cm} gibt in dieser Beziehung die einachsige Zylinderdruckfestigkeit des Betons an. Oberhalb dieser Beanspruchung steigt das Probenvolumen erneut an. Dieser Wendepunkt der Volumenänderung wird in der Literatur auch kritische Stelle genannt. Chen [Che82] sieht progressives Mikrorisswachstum oberhalb dieser Beanspruchungsschwelle als ursächlich für die deutliche Volumenzunahme.

Mathematisch kann das Ausgangsvolumen eines quaderförmigen Elements in Abhängigkeit seiner Kantenlänge wie folgt beschrieben werden.

$$dV = dx_1 dx_2 dx_3 \quad (3.2)$$

Die Dehnungen $\epsilon_{11}dx_1$, $\epsilon_{22}dx_2$, $\epsilon_{33}dx_3$ führen zu einer Längenänderung der Quaderkanten und somit zu einer Volumenänderung. Diese kann wie folgt beschrieben

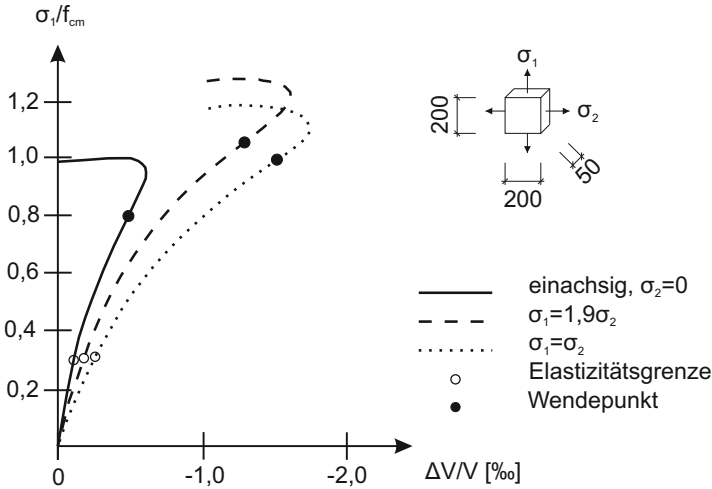


Abb. 3.12.: Volumenänderungen von Beton unter zweiaxsigem Druck bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen [Kup73]

werden:

$$e_v = \frac{\Delta V}{V} = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} = \epsilon_{kk} \quad (3.3)$$

Die Produkte der Dehnungen $\epsilon_{jk} \ll 1$ sind von höherer Ordnung klein und aus diesem Grund vernachlässigbar [GHSW93].

3.1.2.3. Dreiachsiges Verhalten

Wird gegenüber einem zweiachsigen Spannungszustand auch die dritte Ebene in Ihrer Verformung behindert oder findet eine Beanspruchung in der dritten Ebene statt, so spricht man von einem dreiachsigen Spannungszustand. Linse [Lin78] hat das Tragverhalten von Beton unter dreiachsiger Beanspruchung untersucht. Das Aufbringen der Last ist in seinen Versuchen ebenfalls mit Stahlbürsten erfolgt, um eine möglichst behinderungsfreie Lasteinleitung zu ermöglichen. Durch den hohen Umschnürungsdruck in dreiachsigen Spannungszuständen wird das Mikrorissverhalten, wie es in ein- und zweiachsigen Spannungszuständen zu beobachten ist, verhindert. Die Verformungsbehinderung des Betons in allen drei Richtungen führt zu einem duktilen Bruchverhalten. Das Werkstoffversagen wird durch eine Zerstörung der Zementstruktur oder der Zuschlagstoffe ausgelöst. Die dreiachsige Bruchfestigkeit liegt um ein Vielfaches über der einachsigen Druckfestigkeit des Betons. In Abbildung 3.13 ist das Spannungs-Dehnungsverhalten für Betone unter dreiachsiger Beanspruchung für verschiedene Spannungsverhältnisse dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich die Spannungs-Dehnungsbeziehung mit zunehmendem hydrostatischen Druck annähernd linear elastisch verhält.

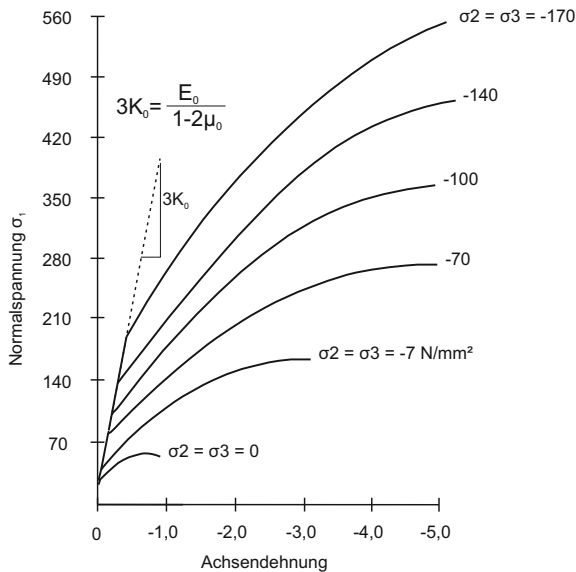


Abb. 3.13.: Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter dreiachsiger Druckbeanspruchung [Che82]

In weiteren Untersuchungen [Lin78] ist gezeigt worden, dass die Bruchfestigkeiten des Betons mit großen Verformungen einhergehen. Es sind Bruchdehnungen von bis zu 10 ‰ und Bruchstauchungen von bis zu 30 ‰ ermittelt worden. Die großen Verformungen führen zu einer völligen Zerstörung der Zementmatrix, so dass in einem zweiten Belastungszyklus unter einachsiger Beanspruchung weniger als die Hälfte der ursprünglichen einachsigen Festigkeit erreicht wird.

Die aus den Verformungen resultierenden Volumenänderungen unter dreiachsiger Beanspruchung sind in Abbildung 3.14 dargestellt. Zunächst verringert sich das Volumen nahezu linear. Ab einer Beanspruchung, die in etwa dem 1,7-fachen der einachsigen Druckfestigkeit entspricht, verringern sich die Stauchungszuwächse. Das minimale Volumen wird etwa bei dem 2,3-fachen der einachsigen Festigkeit erreicht. Oberhalb dieser Beanspruchung steigt das Volumen exponentiell an (Punkt B).

Werden alle möglichen Spannungsverhältnisse, die zu einem Bruchzustand führen, in einem räumlichen Diagramm dargestellt, so ergibt sich ein kegelartiger Körper, dessen Achse auf der Raumdiagonalen des Koordinatensystems liegt. Ein allgemeiner räumlicher Spannungszustand kann in einen hydrostatischen Anteil und deviatorischen zerlegt werden. Als hydrostatisch wird eine Spannung bezeichnet, wenn alle drei Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 gleicher Größe sind. Der Deviator beschreibt den Gestaltänderungsanteil eines allgemeinen räumlichen Spannungszustands. Mit zunehmendem hydrostatischem Druck weitet sich der Kegel auf, die Bruchfestigkeit steigt. Die Darstellung der Bruchumhüllenden erfolgt häufig mit den Haigh-Westergaard Koordinaten ξ , ρ und θ . Hierbei bezeichnet ξ die Richtung der Raumdiagonalen in dem rechtwinkligen

Hauptspannungskoordinatensystem, ρ den Radius und θ den Winkel in der Deviatorerebene (vgl. Abb. 3.15).

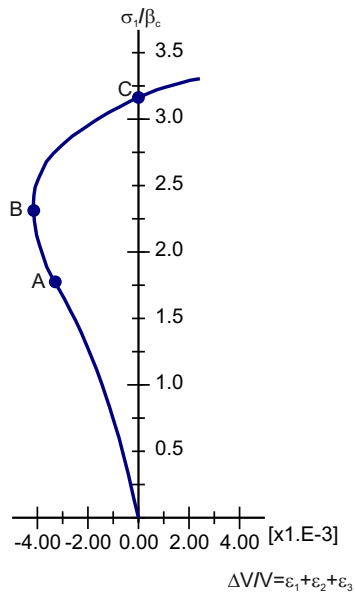


Abb. 3.14.: Volumenänderung unter dreiachsiger Beanspruchung nach Linse [Lin78]

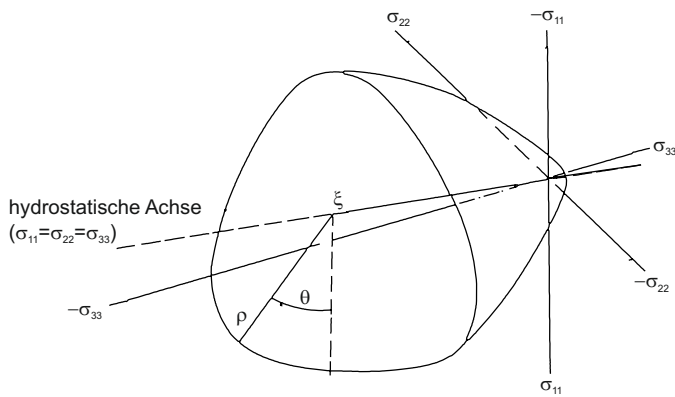


Abb. 3.15.: Schematische Darstellung der Bruchumhüllenden nach Mehlhorn [MK95]

3.2. Betonstahl

Typische Spannungs- Dehnungslinien für Betonstahl sind in Abbildung 3.16 dargestellt. Betonstähle weisen gegenüber Baustählen deutlich höhere Festigkeiten bei ausgeprägtem Verformungsverhalten auf. Diese höheren Festigkeiten können mechanisch durch Kalt- oder Warmverformung oder durch spezielle Legierungen erreicht werden. Durch Umformungen wie z.B. Ziehen, Tordieren oder Walzen wird eine Veränderung der mikrokristallinen Struktur des Stahls herbeigeführt, die eine Steigerung der Streckgrenze und Zugfestigkeit bewirkt und die Bruchdehnung abmindert. Bei warmgewalzten Stählen wird die Festigkeitssteigerung nach dem Walzen durch Härten und Anlassen hervorgerufen [ZZ06].

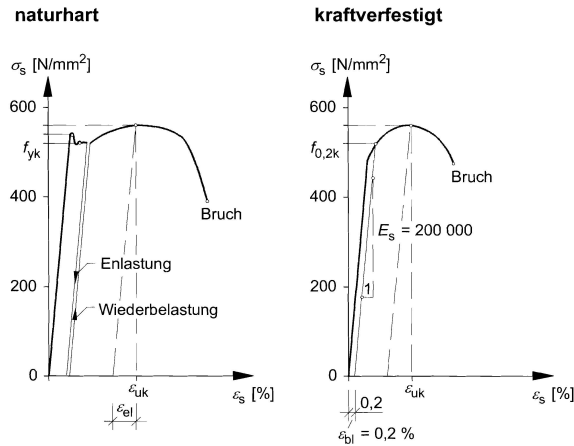


Abb. 3.16.: Spannungs-Dehnungslinien für Betonstahl [SA06]

Naturharte Bewehrungsstähle weisen eine ausgeprägte Fließgrenze auf. Oberhalb der Elastizitätsgrenze treten plastische Verformungen auf. Bei kraftverfestigten Stählen spricht man vielmehr von einer Fließzone. Das Fließen tritt hier bei steigender Beanspruchung allmählich auf. Zur Charakterisierung der Fließgrenze ist hier die 0,2% Dehngrenze eingeführt worden. Bei Beanspruchungen unterhalb der Streckgrenze bzw. der 0,2% Dehngrenze kann für beide Stahllarten linear elastisches Verhalten angenommen werden. Dies gilt sowohl für Zug- als auch für Druckbeanspruchungen, wenn der Stab gegen seitliches Ausweichen gesichert wird. Wird Betonstahl auf Druck beansprucht, so zeigt er zunächst näherungsweise das gleiche Verhalten wie unter Zugbeanspruchung bei gleichem Elastizitätsmodul. Begrenzt wird der elastische Bereich elastischer Druckspannungen durch die sogenannte Quetschgrenze. Oberhalb dieser beginnt der Fließbereich des Betonstahls für Druckspannungen.

Bei Beanspruchungen oberhalb der Streckgrenze weist der Betonstahl ein ausgeprägtes Fließplateau bis zur Erreichung seiner Zugfestigkeit auf. Das Verhältnis von Zugfestigkeit zur Streckgrenze und die charakteristische Bruchdehnung sind wesentliche Kenngrößen für die Verformungsfähigkeit von Betonstahl, auch Duktilität genannt. Betonstahl wird als Stabstahl, Mattenstahl und als Ringmaterial angeboten. In Fertigteilwerken wird der Betonstahl in der Regel während des Produktionsprozesses vom Coil

abgespult. Die Herstellung von warmgewalzten Ringstählen ist sehr aufwendig und teuer. Aus diesem Grund werden Ringstähle in der Regel als kaltgewalzter Stahl mit normaler Duktilität angeboten. Normalduktiler Stähle (Duktilitätsklasse nach DIN 1045 [DIN08]) weisen eine charakteristische Grenzdehnung von mindestens $\epsilon_{uk} = 25\text{‰}$ auf. Das Verhältnis von charakteristischer Zugfestigkeit f_{uk} zu charakteristischer Streckgrenze f_{yk} muss $\geq 1,05$ sein.

Gitterträger

Als Gitterträger werden räumliche Fachwerke bezeichnet, die aus Betonstabstahl hergestellt werden. Sie bestehen in der Regel aus glatten Diagonalen, einem glatten Obergurt sowie zwei gerippten Untergurten. Die Diagonalen werden aus durchlaufendem Betonstabstahl hergestellt und in einem Abstand von 200 mm am Ober- bzw. Untergurt angeschweißt. Erforderliche Bruchscherkräfte der Schweißverbindung werden in der jeweiligen bauaufsichtlichen Zulassung geregelt [RM93].

Gitterträger werden vor allem bei der Herstellung von Halbfertig- und Fertigteilen eingesetzt. Je nach Einsatzgebiet sind unterschiedliche Ausführungen wie z.B. Schubträger oder Gitterträger für dynamische Beanspruchungen entwickelt worden.

3.3. Verbund von Beton und Betonstahl

3.3.1. Allgemeines

Eine wesentliche Voraussetzung für das Funktionsprinzip von Stahlbeton ist das Verbundverhalten der beiden Werkstoffe Beton und Betonstahl. Die Verbundwirkung der heute üblicherweise eingesetzten gerippten Bewehrungsstäbe besteht aus Adhäsion, dem Scherverbund sowie der Coulomb'schen Reibung.

In Abbildung 3.17 sind die Verbundspannungs-Schlupfbeziehungen für einen walzrauh-ten Rundstahl sowie einen gerippten Betonstahl qualitativ gegenübergestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Verbundwirkung infolge Adhäsion um ein Vielfaches kleiner ist als die Scherwirkung. Die maximale Verbundspannung infolge Adhäsion ist abhängig von Sauberkeit und Rauigkeit der beiden Verbundoberflächen und liegt gemäß Model Code zwischen $\tau = 0,5$ und $1,5 \text{ N/mm}^2$ [CEB91], [LM73]. Den maßgebenden Anteil für das Tragverhalten liefert die formschlüssige Verbindung aus Beton- und Betonstahlrippen. Die Verbundfestigkeit wird hier durch die Tragfähigkeit der Betondruckstreben oder die Scherfestigkeit der Stahlrippen begrenzt. Nach Überschreiten der Scherkraft können ausschließlich Verbundspannungen infolge Coulomb'scher Reibung übertragen werden.

Genauere Untersuchungen zum Verbundverhalten haben gezeigt, dass die Verbundspannungen infolge Reibung mit zunehmender Relativverschiebung abnehmen [Feh05]. Die Verschiebung des Betons auf der Stahloberfläche führt zu einer Glättung der Verbundoberflächen und somit zu einer Verminderung der Reibzahl μ . Die Güte des Verbundes wird von vielen Einflüssen wie z.B. der Betonfestigkeit, dem Bewehrungsgrad, der Profilierung der Bewehrung sowie dem Werkstoffverhalten des Betonstahls beeinflusst [Alv99]. Weitere Untersuchungen haben gezeigt, dass die Betonfestigkeit maß-

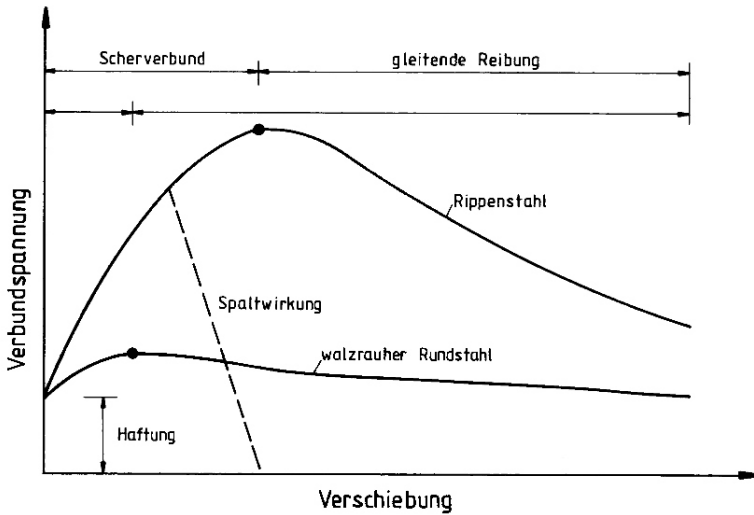


Abb. 3.17.: Qualitativer Verlauf der Verbundspannungs- Schlupf- Beziehungen nach [RM93]

gebende Größe für die Verbundfestigkeit ist [EK93]. Der Durchmesser des Betonstahls hat hingegen nur einen geringen Einfluss auf die Verbundfestigkeit [Kre90]. In einer der ersten Arbeiten zum Verbundtragverhalten von Stahlbetonbauteilen ist von Rehm [Reh61] die bezogene Rippenfläche f_R als Vergleichsmaßstab für das Verbundverhalten verschieden gerippter Stäbe eingeführt worden. Es ist gezeigt worden, dass das Verbundverhalten wesentlich vom Verhältnis der Rippenfläche zum Betonstahlquerschnitt abhängt.

3.3.2. Verbundverhalten eines Betonstahls in einem Stahlbetonzugstab

Im Folgenden wird das Verbundtragverhalten eines Betonstahls in einem Stahlbetonzugstab mit gerippter Bewehrung erläutert. Wird ein Stahlbetonstab auf Zug beansprucht, so bildet sich trotz einachsiger Beanspruchung ein dreiachsiger rotationssymmetrischer Spannungszustand aus. Die Profilierung des Betonstahls erzeugt einen Druckspannungskegel um den Bewehrungsstahl herum. Dieser wird durch einen im Beton entstehenden Zugring ins Gleichgewicht gesetzt. Bei ausreichender Betondeckung steigen die Spannungen im Beton an, bis die Zugfestigkeit erreicht ist, es bildet sich ein sogenannter Primärriss. Bei geringen Betondeckungen bildet sich zuvor ein durchgängiger Längsriss. Goto [GO79] hat in umfangreichen Untersuchungen gezeigt, dass sich bereits bei relativ geringen Beanspruchungen (Stahlspannungen unter 100 N/mm^2) sogenannte Sekundärrisse bilden (vgl. Abb. 3.18). Diese bilden sich aufgrund starker Querkzugbeanspruchung beginnend von den Rippen kegelförmig um den Bewehrungsstab aus.

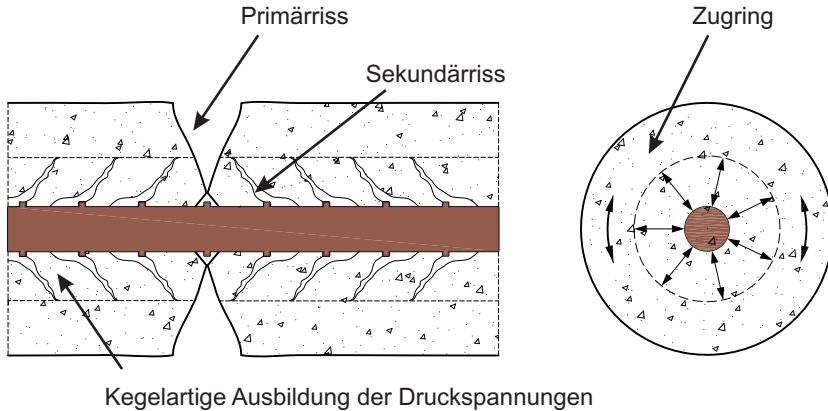


Abb. 3.18.: Schematische Darstellung des Verbundtragverhalten gerippter Stahlbetonstäbe nach [GO79]

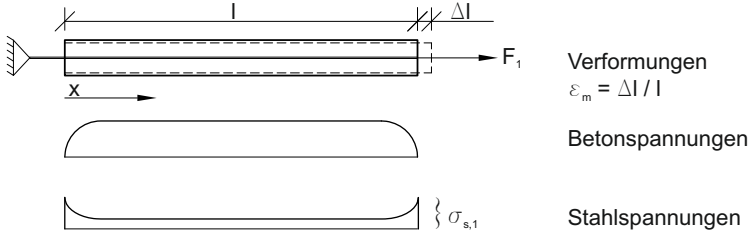
Nach Bildung des ersten Trennrisses steigen die Spannungen im Beton beginnend vom Rissufer aufgrund der Verbundwirkung erneut an, bis die Zugfestigkeit in einem weiteren Querschnitt erreicht wird und sich ein weiterer Primärriss bildet. Erst wenn die verbleibende Verbundlänge nicht mehr ausreicht, um die Zugfestigkeit des Betons zu erreichen, kann sich kein weiterer Riss mehr bilden. Man spricht von einem abgeschlossenen oder auch stabilen Rissbild. In Abbildung 3.19 sind die Spannungen der beiden Verbundpartner für die unterschiedlichen Beanspruchungsstufen gegenübergestellt. Im Rissquerschnitt erreicht die Stahlspannung σ_{sr} ihr Maximum und fällt mit zunehmender Verbundlänge ab, bis die minimale Stahlspannung erreicht ist. Die mittleren Spannungen sind für den Beton mit σ_{bm} und den Betonstahl mit σ_{sm} angegeben.

In den Bereichen zwischen den Rissen trägt der Beton weiterhin mit. Die Struktur wird also auch im gerissenen Zustand durch den Beton versteift. Dieser Effekt wird *Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen* oder auch *tension-stiffening* genannt. Eine Berücksichtigung des tension-stiffening ist bei Verformungsberechnungen von großer Bedeutung. Je kleiner der Bewehrungsgrad, umso größer ist der Flächenanteil des Betons am Gesamtquerschnitt und dementsprechend der Steifigkeitsabfall vom ungerissenen Zustand I zum gerissenen Zustand II. Bildet sich ein Riss, so fällt die Steifigkeit in diesem Querschnitt deutlich ab. Die Stahlspannung steigt in diesem Querschnitt stark an.

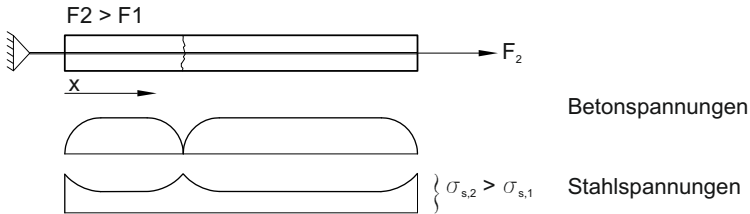
Für einen Zugstab ergeben sich wie folgt vier Bereiche mit unterschiedlichen Querschnittsteifigkeiten:

1. ungerissen
2. Erstrissbildung
3. Abgeschlossene Rissbildung
4. Fließen des Stahls.

ungerissen



nach dem ersten Riss



nach abgeschlossener Rissbildung

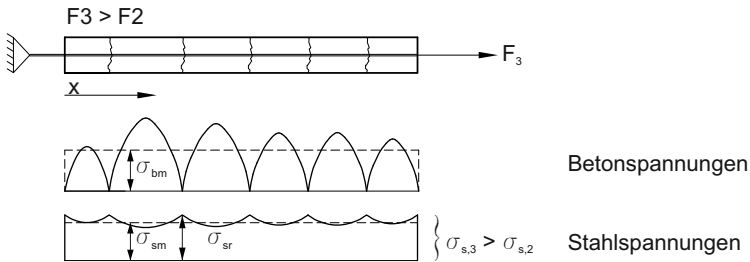


Abb. 3.19.: Entwicklung der Beton- und Stahlbetonspannungen in einem Stahlbetonzugstab unter steigender Belastung nach [MK95]

Plastische Verformungen sind im Gebrauchszustand möglichst zu verhindern, daher ist der Einfluss des tension-stiffening insbesondere bei der Untersuchung von Bruchlasten interessant. Wichtig ist dieser Bereich jedoch bei der Beurteilung der Rotationsfähigkeit des Bauteils. Elgehausen [EOM98] hat gezeigt, dass das Rotationsvermögen eines Querschnitts mit geringen Bewehrungsgraden ($\rho = 0,5\%$) und einem kleinen Verhältnis zwischen Zugfestigkeit und Streckgrenze bis auf das Verhältnis $\varepsilon_{sm}/\varepsilon_{sr} = 0,2$ abfallen kann. Diese Dehnungsschwankungen zwischen mittlerer Stahldehnung und der Rissdehnung hat einen deutlichen Abfall des Rotationsvermögens zur Folge. Es wird daher zur Sicherstellung der Duktilität vorgeschlagen, Bewehrungsstäbe mit möglichst hoher Duktilität zu verwenden.

3.3.3. Verbundverhalten bei Querkzugbeanspruchung

In zweiachsig gespannten Platten wird die Bewehrung i.d.R. randparallel eingebaut. Die Bewehrung liegt somit nur in Feldmitte in Hauptspannungsrichtung. In den übrigen Bereichen der Platte liegt die Bewehrung schiefwinklig zur Hauptspannungsrichtung. Das Verbundverhalten wird in diesem Fall zusätzlich durch das Verhältnis der Bewehrungsschar in x- und y-Richtung, die Rissverzahnung sowie die Dübelwirkung der Bewehrung im Rissquerschnitt beeinflusst. Die Dübelwirkung ist in Platten aufgrund des im Allgemeinen geringen Bewehrungsgrads zu vernachlässigen [Bau72]. Dieses Ergebnis ist in einer aktuellen FE- Untersuchung an orthogonal bewehrten Stahlbetonscheiben unter einachsiger Beanspruchung bestätigt worden [EKH10].

Idda [Idd99] hat in seiner Arbeit die Abminderung der Verbundwirkung infolge von Querkzug experimentell und numerisch untersucht. Es hat sich herausgestellt, dass die Verbundtragfähigkeit durch voreingestellte Längsrisse parallel zum Bewehrungsstahl bereits bei geringen Rissweiten deutlich abfällt (vgl. Abb. 3.20). Das Versagen des Verbundes ist in allen Versuchen durch ein Abscheren der Betondruckstreben eingeleitet worden. Ergänzend ist jedoch anzumerken, dass übliche Rissbreiten im Rahmen der

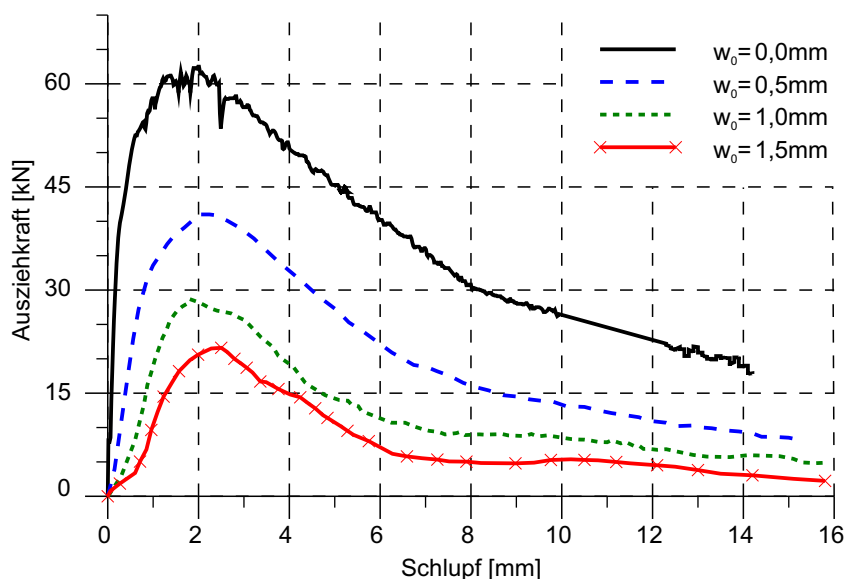


Abb. 3.20.: Beziehung zwischen Ausziehkraft und Schlupf für unterschiedliche voreingestellte Längsrissbreiten w_0 , $d_s = 16\text{ mm}$ nach [Idd99]

Gebrauchstauglichkeit bei 0,2 bis 0,3 mm liegen. Aufgrund der in der Regel randparallelen Anordnung des Betonstahls besteht zwischen Bewehrungsrichtung und Hauptspannungsrichtung in Abhängigkeit von der Plattengeometrie ein Winkel von $\approx 45^\circ$. Der in Idda [Idd99] untersuchte Einfluss der Querdehnung auf das Verbundverhalten ist rechtwinklig zur Hauptspannungsrichtung untersucht worden. Die Abminderung der Verbundwirkung infolge von Querrissen wird daher aus Sicht des Autors deutlich gerin-

ger ausfallen, da Risse überwiegend an sich kreuzenden Bewehrungsstäben entstehen und diese bei randparalleler Bewehrung in großen Teilen der Platte unter einem Winkel von $\approx 45^\circ$ verlaufen. Lediglich in Feldmitte kann eine größere Abminderung infolge von Querkraft auftreten, da die Bewehrung hier näherungsweise in Hauptspannungsrichtung liegt.

4. Berechnungsmodell für das Tragverhalten von Beton

4.1. Allgemeines

Der Verbundwerkstoff Stahlbeton besteht aus zwei Komponenten mit stark unterschiedlichem Werkstoffverhalten und zwar zum einen dem spröden Beton, zum anderen dem duktilen fließfähigen Betonstahl (vgl. Abschnitt 3.2).

In den vergangenen Jahrzehnten sind zahlreiche Materialmodelle zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens von Beton entwickelt worden. Zur mechanischen Beschreibung des experimentell zu beobachtenden Trag- und Verformungsverhaltens werden vorwiegend die nichtlineare Elastizitätstheorie, die Plastizitätstheorie sowie bruchmechanische Ansätze verwendet. Wie im vorangegangenen Kapitel 3 beschrieben, variieren die Versagensarten bei unterschiedlichen Beanspruchungen zwischen spröde und duktil. Zusätzlich wird das Werkstoffversagen durch die vorherrschenden Umwelteinflüsse wie Temperatur und Luftfeuchtigkeit sowie die Belastungsgeschichte beeinflusst. Aufgrund der Vielzahl der zu berücksichtigenden Einflüsse ist es daher nahezu unmöglich, ein allumfassendes Werkstoffmodell zu definieren. So existieren viele Modelle, die in der Lage sind spezielle Phänomene gut abzubilden, dafür jedoch andere Einflüsse vernachlässigen.

Vor jeder physikalisch nichtlinearen Berechnung steht somit die Wahl eines geeigneten Werkstoffmodells. Der Schwerpunkt der vorliegenden Problemstellung an zweiachsig gespannten Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung liegt vor allem in der wirklichkeitsnahen Beschreibung des Rissverhaltens von Beton unter Zugbeanspruchung. Aber auch die Festigkeitssteigerung unter mehrachsigen Druckspannungszuständen sollte durch das Modell beschrieben werden. Das Programmsystem Abaqus [HKS08] bietet mit dem Werkstoffmodell concrete- damaged plasticity ein Modell, das sowohl mehrachsige Spannungszustände im Druckbereich als auch das entfestigende Tragverhalten des Betons unter Zugbeanspruchung berücksichtigt. Das von Lubliner [Lub90] und Lee und Fenves [LF98a] entwickelte Kontinuumsmodell basiert auf der elastoplastischen Schädigungstheorie und auf einer plastischen Potentialfunktion mit assoziierter Fließregel.

In Voruntersuchungen [Grö08b] ist gezeigt worden, dass das Concrete-Damaged-Plasticity-Modell von Lee und Fenves [LF98a] für physikalisch nichtlineare Berechnungen von Stahlbetonplatten hervorragend geeignet ist. Im Folgenden werden daher die wesentlichen mathematischen Beziehungen beschrieben, die für die Anwendung des Modells notwendig sind.

4.2. Rissmodelle

4.2.1. Einführung

Zur Abbildung des spröden Tragverhaltens von Beton unter Zugbeanspruchung sind in den letzten Jahrzehnten verschiedene Modelle entwickelt worden, um die infolge Rissbildung entstehenden Diskontinuitäten mathematisch zu beschreiben. Es wird zwischen diskreten und verschmierten Rissmodellen unterschieden. In diskreten Rissmodellen wird der Riss geometrisch abgebildet. Hierfür werden spezielle Kontakt- und Federelemente eingesetzt. Mit fortschreitender Beanspruchung ist das FE-Netz sukzessive an das Rissverhalten des Bauteils anzupassen. Lage und Richtung der Risse sind bereits vor der numerischen Simulation festzulegen. Das zu erwartende Rissverhalten muss somit bereits vor der Berechnung feststehen oder in Voruntersuchungen ermittelt werden. Dieses Rissmodell wird daher hauptsächlich bei der Analyse von einzelnen wenigen Rissen mit vorhersehbarer Lage und Richtung angewendet. In Abbildung 4.1 ist das Modell eines wandartigen Trägers unter Berücksichtigung diskreten Risswachstums dargestellt.

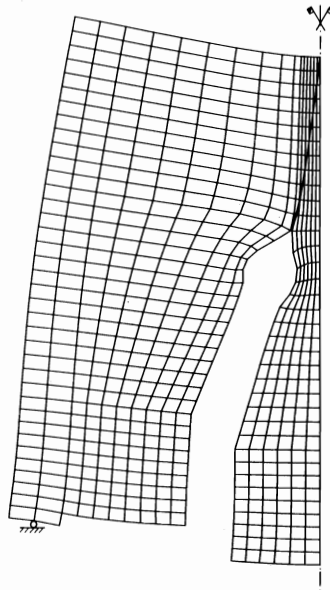


Abb. 4.1.: Diskretes Rissmodell eines wandartigen Trägers [BM95]

In verschmierten Rissmodellen werden Risse nur indirekt abgebildet. Das vor der Berechnung diskretisierte FE-Netz bleibt somit während der gesamten Analyse des Tragverhaltens unverändert. Die mit dem Rissereignis einhergehenden Rissverschiebungen treten in den Integrationspunkten der Betonelemente auf und werden als gleichmäßige Dehnung über die gesamte Elementlänge normal zur Rissrichtung „verschmiert“. Da die Dehnungen im Rissbereich örtlich schwanken, können Abweichungen zu den Modellvorstellungen auftreten [CST98].

Gute Ergebnisse werden vor allem bei Konstruktionen mit einer gleichmäßigen und feinen Rissverteilung erzielt. Da die Anpassung fortschreitender Risse nicht geometrisch, sondern ausschließlich im Werkstoffgesetz berücksichtigt wird, werden verschmierte Rissmodelle auch bei komplexeren Strukturen erfolgreich eingesetzt.

Rots [RB89] hat wesentliche Merkmale verschiedener Rissmodelle erarbeitet und gegenübergestellt. Mit Erreichen der Zugfestigkeit tritt der erste Riss in allen Modellen orthogonal zur größten Hauptzugspannung auf. Erst wenn die Zugspannung in ein und demselben Integrationspunkt ein weiteres Mal auftritt, werden die Unterschiede der einzelnen Rissmodelle deutlich. Es wird unterschieden in:

- fixierte orthogonale Rissmodelle (fixed orthogonal crack models)
- fixierte Rissmodelle mit beliebiger Rissrichtung (fixed non-orthogonal crack models)
- Modelle mit veränderlichen Rissrichtungen (rotating crack models)

In fixierten orthogonalen Rissmodellen sind weitere Risse nach Erstrissbildung ausschließlich normal zur Rissrichtung möglich. Eine Übertragung von Schubspannungen in den entstehenden Rissufern würde zu einer Drehung der Hauptspannungsachsen führen. Das fixierte orthogonale Rissmodell ist somit definitionsgemäß schubspannungsfrei. Nach Eintritt eines ersten Risses führt die Übertragung von Schubspannungen in den Rissflächen zu einer Drehung der Hauptspannungen. Das fixierte Rissmodell mit beliebiger Richtung ermöglicht die Abbildung weiterer Risse in beliebigem Winkel zum Erstriss. Rissbildung oder Risswachstum führen unmittelbar zu Spannungsumlagerungen im betrachteten Tragwerk. Mit dem drehenden Rissmodell können weitere Risse in anderen Richtungen abgebildet werden.

Auf die mechanische Beschreibung des fixierten Rissmodells wird im Folgenden näher eingegangen, da dieses in den weiteren Untersuchungen Anwendung findet.

4.2.2. Fiktives Rissmodell nach Hillerborg

Das fiktive Rissmodell nach Hillerborg [Hil83] verwendet Ansätze der Bruchmechanik, um den Beanspruchungszustand im Bereich des Rissufers zu beschreiben. Zunächst wird ein bestehender Riss hinsichtlich seines Beanspruchungszustandes einem bestimmten Risstyp zugeordnet (vgl. Abb. 4.2).

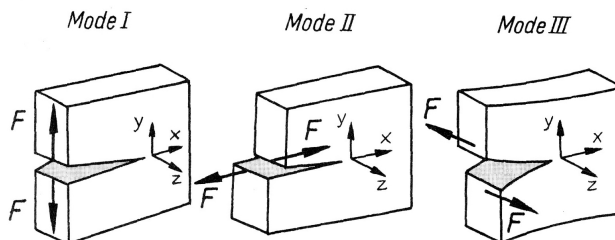


Abb. 4.2.: Rissöffnungsmodi nach [BP01]

Rissmodus I kennzeichnet einen Riss unter reiner Zugbeanspruchung, während die Risstypen II und III in der Ebene bzw. quer dazu auf Schub beansprucht werden.

Linear-elastische Ansätze

Grundsätzlich geht man bei der linear-elastischen Beschreibung von Rissen davon aus, dass ein ungestörter Spannungszustand vorliegt (Bernoulli-Bereich). Weitere Risse liegen soweit vom zu untersuchenden Riss entfernt, dass eine gegenseitige Beeinflussung ausgeschlossen werden kann. Betrachtet man eine unendliche Scheibe unter Zugbeanspruchung mit einem Innenriss und linear-elastischem Werkstoffverhalten, so tritt theoretisch eine unendlich hohe Spannung im Rissufer auf (vgl. Abb. 4.3).

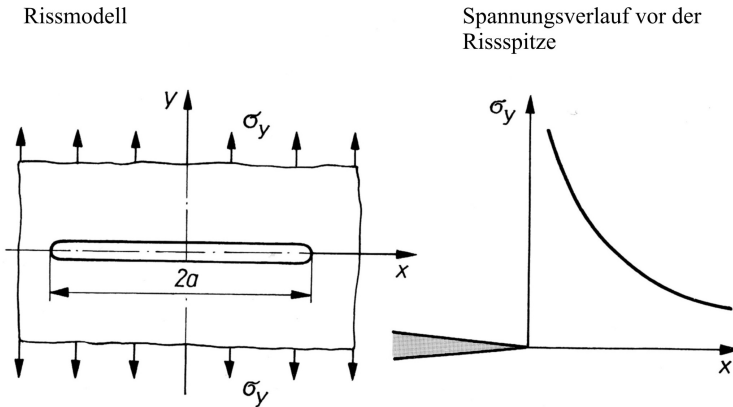


Abb. 4.3.: Unendliche Scheibe mit zentralem Riss unter Zugbelastung [BP01]

Um das Spannungsfeld im Bereich der Risspitze beschreiben zu können, ist deshalb von Griffith [Gri20] ein Energiekriterium eingeführt worden. Demnach breitet sich ein Einheitsriss der Länge da aus, wenn die hierbei freigesetzte elastische Energie die zum Risswachstum notwendige Oberflächenenergie überschreitet (Gl.(4.1)).

Setzt man die Oberflächenenergie mit der elastisch gespeicherten Energie gleich und formt anschließend nach σ_c um, so erhält man die kritische Spannung σ_c , ab der instabiles Risswachstum entsteht (Gl.(4.2)).

$$\frac{d\Delta W_e}{da} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot \sigma_c^2}{E} \quad (4.1)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot E}{\pi \cdot a}} \quad (4.2)$$

Kohäsionsansätze nach Hillerborg

Wie bereits in Abschnitt 3.1.1 gezeigt, sind die Rissflächen bei kleinen Rissverschiebungen nicht spannungsfrei. Die Grundvoraussetzungen der linear-elastischen Bruchmechanik sind demnach bei Rissen im Beton nicht gegeben.

Hillerborg[Hil83] hat ein Modell entwickelt, das eine Spannungsübertragung über die Rissufer erlaubt. Im Bereich der Risspitze werden Spannungsspitzen durch Mikro-

rissbildung abgebaut. Die Beanspruchung in der Rissprozesszone wird über die sogenannte *Rissöffnungsverschiebung* oder auch *crack tip opening displacement* charakterisiert. Erst ab einer charakteristischen Rissöffnungsverschiebung ist die Spannung in den Rissufern auf Null abgefallen (vgl. Abb. 4.4).

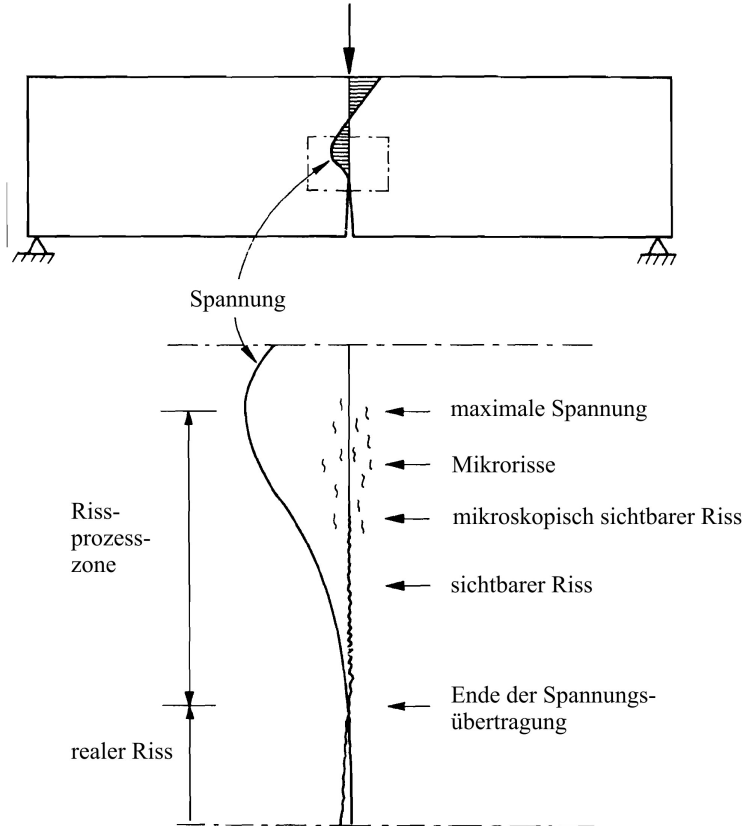


Abb. 4.4.: Spannungsverlauf in einem rissbehafteten Betonbalken [Hil83]

Hillerborg [Hil83] hat gezeigt, dass die Verformungen eines auf Zug beanspruchten Betonstabes additiv durch die Verformungen des ungerissenen Stabes und den Verschiebungen in der Risszone beschrieben werden können (vgl. Abb. 4.5). Weiter hat sich herausgestellt, dass die Rissverschiebung w als Werkstoffkonstante für Beton angesehen werden kann. Die Rissverschiebung ist somit unabhängig von der Probengeometrie des Prüfkörpers (Gl.(4.3)).

$$\Delta l = \epsilon l + w \quad (4.3)$$

Der Rissprozess wird mit Erreichen der Zugfestigkeit häufig durch das Hauptspannungskriterium nach Rankine ausgelöst. Die Verformungen lokalisieren sich im Bereich der Risszone. Gleichzeitig verringern sich die elastischen Dehnungen in den übrigen Bereichen des Zugstabes. Die bis zum Versagen dissipierte Energie wird als spezi-

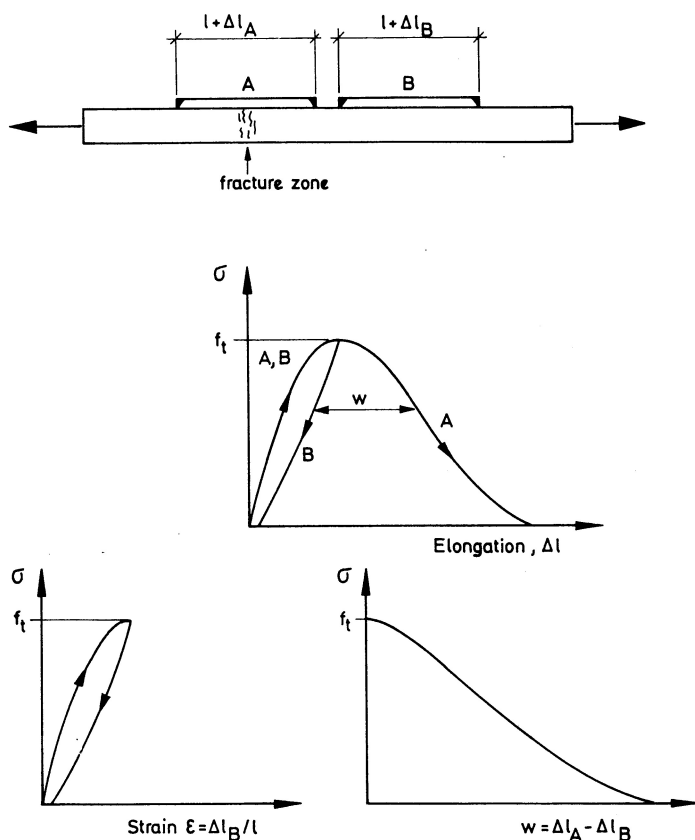


Abb. 4.5.: Summe der Verformungen infolge von Rissbildung [Hil83]

fische Bruchenergie bezeichnet und stellt anschaulich die Fläche unterhalb des Graphen der Rissuferverschiebung im Nachbruchbereich dar.

Es gibt verschiedene Ansätze, um das in Versuchen beobachtete Entfestigungsverhalten des Betons zu beschreiben. Neben linearen und bilinearen Ansätzen sind auch verschiedene andere mathematische Funktionen entwickelt worden, die den wirklichen Verlauf recht genau abbilden. Die Untersuchung des Entfestigungsverhaltens hängt im Wesentlichen von der Wechselwirkung zwischen Prüfeinrichtung und Prüfkörper ab. Es ist demnach wichtig, die Messeinrichtung so steif wie möglich auszubilden. Die im Versuch ermittelte Spannungs-Dehnungsbeziehung hängt von der Länge des Prüfkörpers ab. Überschreitet der Prüfkörper eine bestimmte Länge, so wird durch die elastischen Dehnungen mehr Energie gespeichert als während der Rissbildung in der Risszone dissipiert werden kann. Dies führt mit Erreichen der Zugfestigkeit zu einem instabilen Entfestigungsverhalten, dem sogenannten *snap-back-behaviour* [Sig99]. In Abbildung 4.6 ist dieser Effekt durch die gestrichelte Linie dargestellt. Dieses Phänomen kann auf die Finite Element Methode übertragen werden. In einem Modell, das die Rissbildung berücksichtigt, ist demnach die maximale Elementgröße auf die charakteristische Probenlänge zu begrenzen.

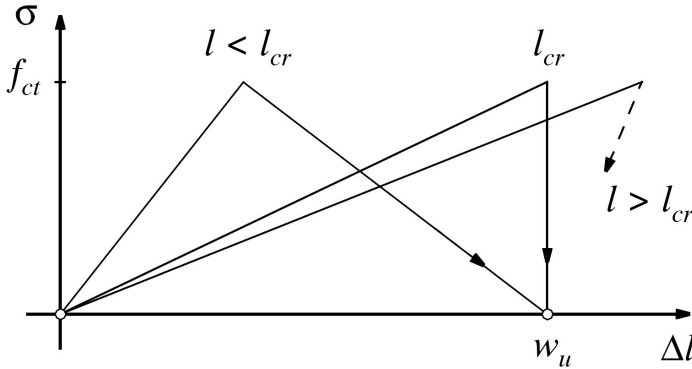


Abb. 4.6.: Einfluss unterschiedlicher Probenlängen auf das Entfestigungsverhalten [Sig99]

4.3. Elastoplastisches Werkstoffmodell

4.3.1. Grundlagen

In der Elastizitätstheorie existiert zu einem gegebenen Spannungszustand genau ein Dehnungszustand. Ein auf Zug beanspruchter Stab nimmt, wenn er entlastet wird, wieder seinen Ausgangszustand ein. Die Belastungsgeschwindigkeit, der Zeitpunkt der Belastung und ihr zeitlicher Verlauf wirken sich nicht auf den Dehnungszustand des entlasteten Prüfkörpers aus.

Wird Beton auf Zug beansprucht, so findet bereits unterhalb der Zugfestigkeit Mikro-rissbildung statt. Diese Risse bleiben auch bei Entlastung im Bauteil bestehen. Man spricht hierbei von plastischen Verformungen, die mit der Elastizitätstheorie nicht zu beschreiben sind.

Im Allgemeinen endet der elastische Bereich bei der Beschreibung eines Werkstoffs an einer fest definierten Grenze. Wird das Material über diese Grenze hinaus beansprucht, so stellen sich irreversible Verformungen ein, die auch bei vollständiger Entlastung im Bauteil verbleiben. Ein solches Werkstoffverhalten, das von seiner Belastungsgeschichte abhängig ist, kann mit Hilfe der Plastizitätstheorie beschrieben werden. Es besteht somit kein proportionaler Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung erfolgt in differentieller Form. Die Beschreibung der Dehnungsraten erfolgt additiv unter Berücksichtigung der elastischen und plastischen Dehnungsratenanteile (Gl.(4.4)).

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{pl} \quad (4.4)$$

mit:

- $\dot{\epsilon}$: Gesamtdehnungsrate
- $\dot{\epsilon}^{el}$: elastische Dehnungsrate
- $\dot{\epsilon}^{pl}$: plastische Dehnungsrate

4.3.2. Fließbedingung

In elastisch-plastischen Berechnungen dient die Fließbedingung zur Fallunterscheidung, ob ein elastischer oder plastischer Spannungszustand vorliegt. Wird die Streckgrenze in einem bestimmten Punkt eines Bauteils erreicht, so stellen sich plastische Dehnungen in diesem Querschnitt ein. Während das Fließen unter einachsiger Beanspruchung an einer bestimmten Spannung σ_x eintritt, so gibt es unter mehrachsiger Beanspruchung zahlreiche Spannungscombinationen, die zum Fließen führen können (vgl. Abb. 3.10). Entsprechend dem vorherrschenden Spannungszustand muss folglich auch die Fließbedingung in der entsprechenden räumlichen Dimension formuliert werden.

Ein allgemeiner räumlicher Spannungszustand σ_{ij} ist gegeben durch (Gl.(4.5)):

$$(\sigma_{ij}) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Der oben angegebene Spannungstensor kann in beliebige Koordinatensysteme transformiert werden. Wird das Koordinatensystem so gedreht, dass ausschließlich Hauptspannungen in den zugehörigen Schnitten auftreten, so spricht man vom Hauptachsensystem. Die Hauptspannungen eines allgemeinen Spannungszustands können über folgende kubische Gleichung bestimmt werden (Gl.(4.6)):

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 - I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (4.6)$$

Die Lösungen dieses Gleichungssystems sind unabhängig vom gewählten Koordinatensystem und werden daher als Invarianten I_1, I_2, I_3 des Spannungstensors bezeichnet (Gl. (4.7), (4.8), (4.9)):

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (4.7)$$

$$I_2 = -(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11}) + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 \quad (4.8)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (4.9)$$

Das Fließverhalten von kristallinen Werkstoffen wie z.B. Stahl kann gut mit der Vergleichshypothese nach von Mises abgebildet werden. Anschaulich ergibt sich ein Zylinder, dessen Mittelachse auf der Raumdiagonalen des allgemeinen Spannungszustands liegt (vgl. Abb. 4.7). Ursächlich für das Fließen ist hier einzig das Erreichen einer charakteristischen Schubspannung. Der Fließvorgang findet somit ohne Volumenänderung statt.

Bei granularen Werkstoffen wie z.B. Beton hängt das Fließen aufgrund der inneren Reibung auch vom hydrostatischen Spannungszustand ab. Die kritische Schubspannung wird somit vom vorherrschenden hydrostatischen Spannungszustand und dem Winkel der inneren Reibung bestimmt. Der Fließvorgang beinhaltet somit auch Volumenänderungen des Bauteils. Anschaulich handelt es sich hierbei um eine Kegelfläche, deren Mittelachse auf der Raumdiagonalen des allgemeinen Spannungszustandes liegt (vgl. Abb. 4.8).

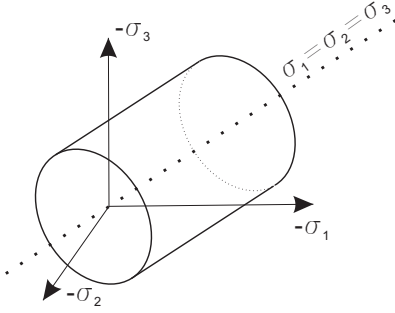


Abb. 4.7.: Vergleichshypothese nach von Mises

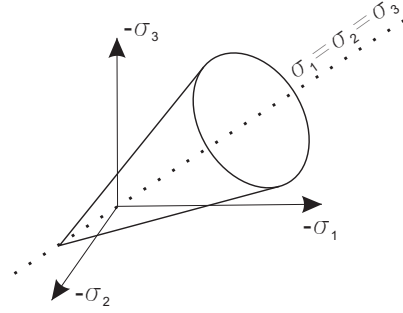


Abb. 4.8.: Vergleichshypothese nach Drucker-Prager

Bleibt die Fließfläche während des gesamten Belastungsvorgangs konstant, so ist das Material mit Erreichen des Grenzzustandes sofort voll plastisch. Eine Spannungssteigerung ist nur durch neutrale Spannungsumlagerungen möglich. Besitzt der Werkstoff hingegen verfestigende Eigenschaften, so sind Veränderungen in Lage und Gestalt der Fließfläche möglich. Entfestigendes Werkstoffverhalten kann durch eine Verkleinerung der Fließfläche in der Deviatorebene abgebildet werden.

Für spröde Werkstoffe hingegen ist es häufig erforderlich, die Versagensfläche aus mehreren Teilflächen zusammenzusetzen. Die Bruchfläche des concrete damaged plasticity Modells setzt sich ebenfalls aus zwei Teilflächen zusammen: eine für den Zug- und eine für den Druckbereich. Ausführliche Herleitungen zu diesem Thema finden sich unter anderem in Chen [Che82] und Mang [MH00].

Das concrete damaged plasticity Modell in abaqus [HKS08] ist eine erweiterte Form des Drucker-Prager Kegels. Die Fließbedingung ist durch (Gl.(4.10)) gegeben:

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} \left(\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta \left(\tilde{\epsilon}^{pl} \right) \left\langle \hat{\sigma}_{max} \right\rangle - \gamma \left\langle \hat{\sigma}_{max} \right\rangle \right) - \bar{\sigma}_c \left(\tilde{\epsilon}^{pl} \right) = 0 \quad (4.10)$$

mit:

$$\begin{aligned} \bar{p} &= -\frac{1}{3} \bar{\sigma} : \bar{I} && : \text{effektiver hydrostatischer Druck} \\ \bar{q} &= \sqrt{\frac{2}{3} \bar{S} : \bar{S}} && : \text{äquivalente effektive v. Mises Spannung} \\ \bar{S} &= \bar{p}I + \bar{\sigma} && : \text{deviatorischer Anteil des effektiven Spannungstensors} \\ \hat{\sigma} &&& : \text{maximale effektive Hauptspannung} \\ \alpha &= \frac{(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}{2 \cdot (\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1} && : 0 \leq \alpha \leq 0.5 \\ K_c &= \frac{(q_0)_{TM}}{(q_0)_{CM}} && : \text{Definition der Form der Deviatorfläche } \hat{\sigma} < 0 \end{aligned}$$

$$\gamma = 3 \frac{(1 - K_c)_{TM}}{2K_c - 1} \quad (4.11)$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c \left(\bar{\varepsilon}_c^{pl} \right)}{\bar{\sigma}_t \left(\bar{\varepsilon}_t^{pl} \right)} (1 - \alpha) - (1 + \alpha)$$

In Gleichung 4.10 stellt die Variable K_c den Verhältniswert der Invarianten des Zug- und Druckmeridians dar. Anschaulich kann die Form der Fließfläche in der Deviatorebene mit K_c angepasst werden. Für $K_c = 1,0$ ergibt sich die Kreisform nach Drucker-Prager (vgl. Abb. 4.9). Mit den übrigen Variablen sind weitere Anpassungen der Fließfläche

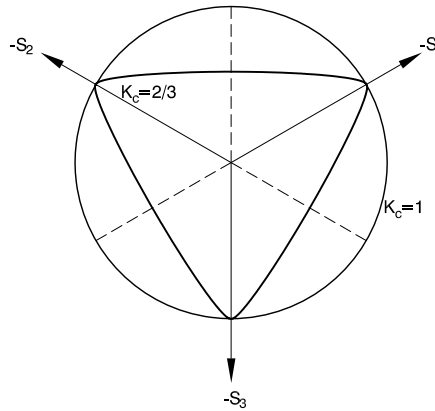


Abb. 4.9.: Anpassung der Form der Fließfläche in der Deviatorebene durch die Variable K_c

möglich. In Abbildung 4.10 sind die Fließfläche und die abschnittsweise definierten Funktionen im ebenen Spannungszustand dargestellt.

4.3.3. Fließregel

Mit der Fließregel wird das Spannungs-Verzerrungsverhalten des Werkstoffs im plastischen Bereich beschrieben. Für das concrete damaged plasticity Modell wird zur Beschreibung des Fließpotentials eine hyperbolische Funktion nach Drucker-Prager verwendet. Steht der Verzerrungsvektor senkrecht auf der Bruchfläche, so spricht man von einer assoziierten Fließregel. Bei Werkstoffen mit großem inneren Reibungswinkel wie z.B. Beton führt die Anwendung einer assoziierten Fließregel zu einer Überschätzung des Volumens.

Aus diesem Grund wird für das concrete damaged plasticity Modell eine nichtassoziierte Fließregel verwendet. Im Zugbereich wird die Drucker-Prager Fließregel mit einer hyperbolischen Beschreibung ergänzt. Singularitäten an der Spitze des Kegels werden somit vermieden.

Unter zunehmender hydrostatischer Beanspruchung gleicht sich die Funktion der linearen Form nach Drucker-Prager an (vgl. Abb. 4.11). Die mathematische Beschreibung der Fließregel ist in Gleichung (Gl.(4.12)) angegeben. Hierin beschreibt ψ den

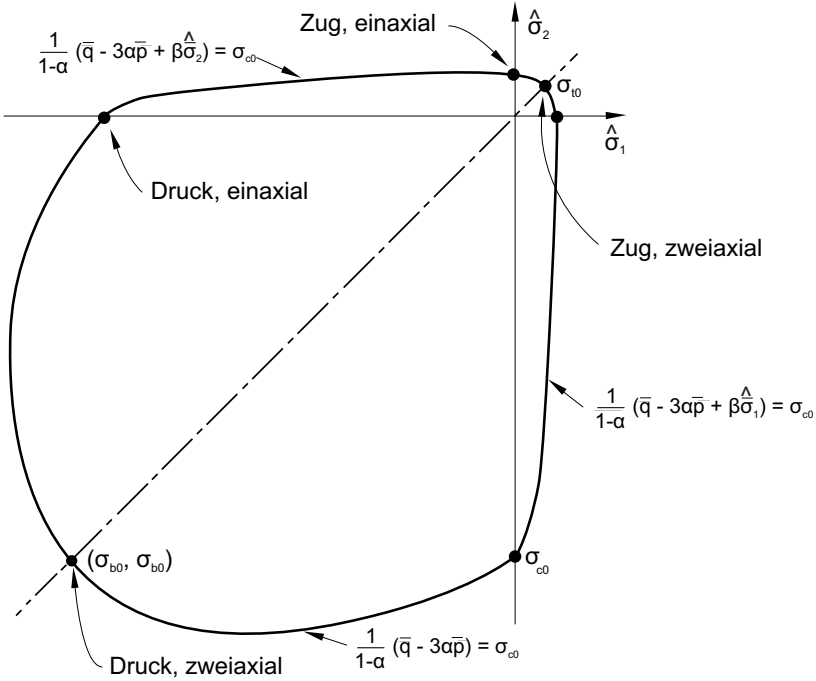


Abb. 4.10.: Genäherte Fließfläche des concrete damaged plasticity Modells im ebenen Spannungszustand an experimentell ermittelte Werte nach Kupfer [Kup73] (vgl. Abb. 3.10)

Dilatanzwinkel in der pq -Ebene unter hohem hydrostatischen Druck. Die Zugfestigkeit unter einachsiger Beanspruchung wird durch σ_{t0} beschrieben. Die Variable e_{cc} beschreibt die Exzentrizität des Fließpotentials gegenüber dem Kegel nach Drucker-Prager. Die Exzentrizität verhindert somit die Ausbildung einer Singularität, wenn \bar{q} den Wert 0 annimmt. Die Verfestigung wird über die Parameter $\bar{\sigma}_c \left(\bar{\epsilon}_c^{pl} \right)$ im Druckbereich und $\bar{\sigma}_t \left(\bar{\epsilon}_t^{pl} \right)$ unter Zugbeanspruchung im Modell berücksichtigt. Die Wertepaare der äquivalenten Spannungen im Druck- sowie im Zugbereich können tabellarisch über Benutzereingaben definiert werden.

Die experimentelle Ermittlung von Werkstoffkennwerten ist im Allgemeinen auf den einachsigen Spannungszustand beschränkt. Aus diesem Grund sind Vergleichshypothesen wie z.B. von Mises, Tresca entwickelt worden. Mit Hilfe einer Vergleichshypothese kann ein allgemeiner räumlicher Spannungszustand in einen äquivalenten einachsigen Spannungszustand und umgekehrt übertragen werden kann [IRH97].

$$G = \sqrt{(e_{cc} \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{q} \tan \psi \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta\bar{\sigma}_2) = \sigma_{c0} \quad (4.13)$$

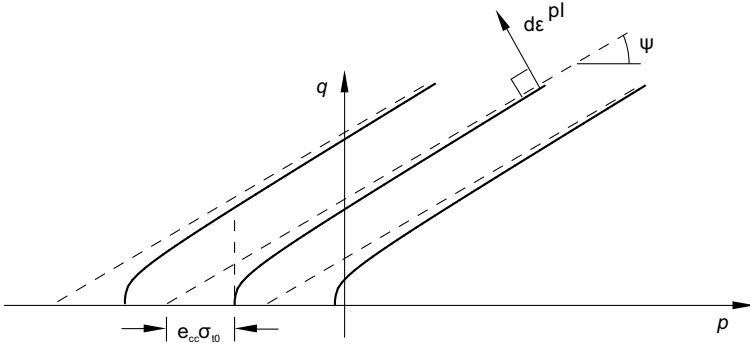


Abb. 4.11.: Hyperbolische Fließpotentiale in der p-q-Ebene

4.3.4. Schädigungstheorie

Wird ein Werkstoff über den linearen Bereich hinaus beansprucht, so entstehen in granularen Werkstoffen Mikrorisse, die zu einer Abminderung der Steifigkeit führen. Besonders bei der Untersuchung von zyklisch beanspruchten Bauteilen ist es daher wichtig, diese Abminderung der Steifigkeit im Modell zu berücksichtigen. In dem vorliegenden Modell wird ein skalarer Schädigungsparameter eingeführt, der die Steifigkeitsmatrix in alle Richtungen gleichmäßig abmindert (isotrop). Anschaulich beschreibt der Schädigungsparameter das Verhältnis aus geschädigter Elementfläche zur Gesamtfläche in entsprechender Richtung. Für den ungeschädigten Werkstoff ist $d = 0$.

$$\sigma = (1 - d) \cdot \mathbf{D}_0^{el} : (\epsilon - \epsilon^{pl}) = \mathbf{D}^{el} : (\epsilon - \epsilon^{pl}) \quad (4.14)$$

mit:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_0^{el} &: \text{ungeschädigte elastische Steifigkeit} \\ \mathbf{D}^{el} = (1 - d) \cdot \mathbf{D}_0^{el} &: \text{geschädigte elastische Steifigkeit} \\ d &: \text{skalarer Schädigungsparameter, } 0 \leq d \leq 1 \end{aligned}$$

Die Entfestigung wird im Zug- und Druckbereich durch zwei unterschiedliche Variablen beschrieben: $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$ und $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$. Steigende äquivalente Dehnungen führen zu einer Abnahme der Steifigkeit und einer Verkleinerung der Fließfläche.

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_t^{pl} = r \cdot (\sigma_{11}) \dot{\epsilon}_{11}^{pl} \quad (4.15)$$

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_c^{pl} = -(1 - r \cdot (\sigma_{11})) \dot{\epsilon}_{11}^{pl} \quad (4.16)$$

Zur Beschreibung der Steifigkeit unter wechselnder Zug- und Druckbeanspruchung werden zwei weitere Faktoren definiert (vgl. Abb. 4.12 und Abb. 4.13). Wird der Beton bis in den Entfestigungsbereich hinein auf Zug beansprucht und anschließend gedrückt, so schließt sich der entstandene Riss und der Beton erreicht seine Ausgangssteifigkeit. Diese Annahme wird mit $(w_c = 1)$ erreicht. Entsprechend verliert ein zunächst auf Druck bis zum Bruch beanspruchter Beton seine gesamte Beanspruchung, wenn er anschließend auf Zug beansprucht wird ($w_t = 0$) (vgl. Abb. 4.14).

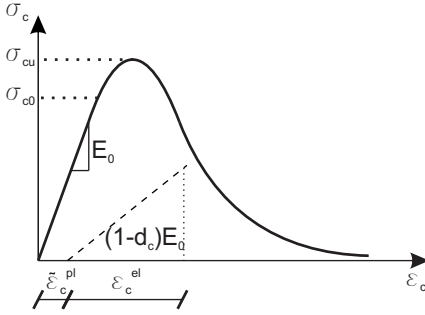


Abb. 4.12.: Schädigung und Abminderung der Steifigkeit unter einachsiger Druckbeanspruchung

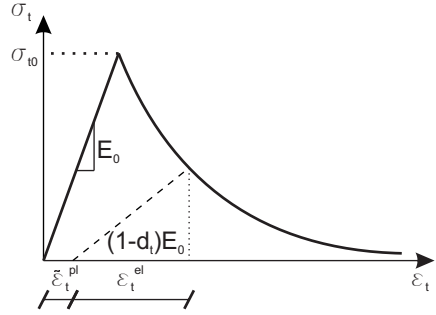
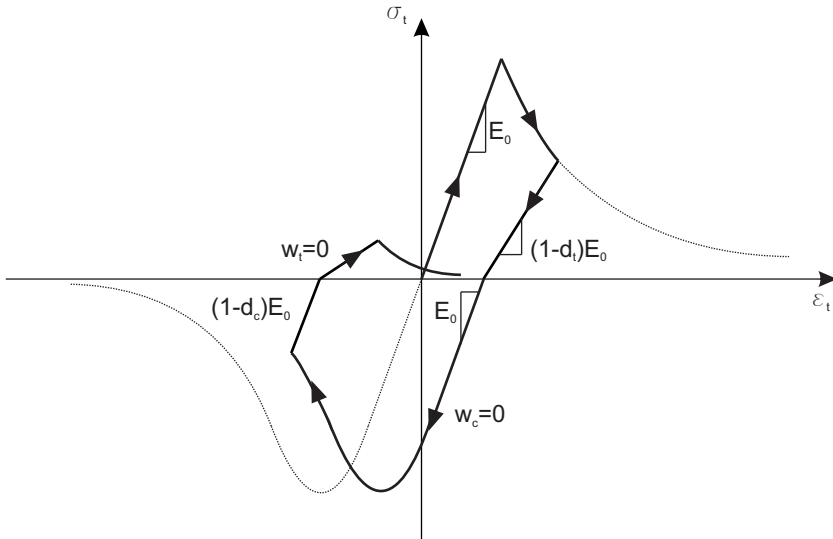


Abb. 4.13.: Schädigung und Abminderung der Steifigkeit unter einachsiger Zugbeanspruchung


 Abb. 4.14.: Schädigung und Abminderung der Steifigkeit bei Wechselbeanspruchung im $\sigma - \epsilon$ -Diagramm

$$r(\hat{\sigma}) = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\sigma}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\hat{\sigma}_i|}; \quad r \leq (\hat{\sigma}) \leq 1 \quad (4.17)$$

Sowohl die Schädigungs- als auch die Dehnungsentwicklung wird mit Hilfe des Wichtungsfaktors näherungsweise für mehrachsige Spannungszustände erweitert (Gl.(4.17)). Es ergibt sich somit folgende Schädigungsgleichung für den allgemeinen dreiaxigen Spannungszustand (Gl.(4.18)).

$$(1 - d) = (1 - s_t d_c)(1 - s_c d_t) \quad (4.18)$$

mit:

$$\begin{aligned} s_t &= 1 - w_t r(\hat{\sigma}); & 0 \leq w_t \leq 1 \\ s_c &= 1 - w_c (1 - (\hat{\sigma})); & 0 \leq w_c \leq 1 \end{aligned} \quad (4.19)$$

In Gleichung (Gl.(4.21)) sind die Entwicklungsgleichungen für Zug- und Bruchbeanspruchung unter mehrachsigen Spannungszuständen angegeben. $\hat{\epsilon}_{max}^{pl}$ und $\hat{\epsilon}_{min}^{pl}$ sind hierbei maximale und minimale Eigenwerte des plastischen Dehnungsratentensors $\dot{\epsilon}^{pl}$.

$$\dot{\epsilon}_t^{pl} = r(\hat{\sigma}) \hat{\epsilon}_{max}^{pl} \quad (4.20)$$

$$\dot{\epsilon}_c^{pl} = -(1 - r(\hat{\sigma})) \hat{\epsilon}_{min}^{pl} \quad (4.21)$$

Spannungszustände außerhalb der Fließfläche sind in der allgemeinen Plastizitätstheorie unzulässig. Durch Einführung einer viskoplastischen Regularisierung sind kurzzeitig auch Spannungszustände außerhalb der Fließfläche erlaubt. Im weiteren Zeitverlauf nehmen die Dehnungen wieder ab, bis ein Zustand auf der Ausgangsfließfläche erreicht ist. Die Formulierung der inelastischen Dehnungen und der Materialschädigung erfolgt nach Duvaut-Lions (Gl.(4.22)). Die viskoplastische Regularisierung wirkt sich günstig auf das Konvergenzverhalten in Berechnungen mit entfestigendem Werkstoffverhalten aus.

$$\dot{\epsilon}_v^{pl} = \frac{1}{\mu} (\epsilon^{pl} - \epsilon_v^{pl}) \quad \dot{d}_v = \frac{1}{\mu} (d - d_v) \quad (4.22)$$

In Gleichung (Gl.(4.22)) beschreibt μ die Relaxationszeit des viskosen Systems. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wird wie folgt beschrieben (Gl.(4.23)):

$$\sigma = (1 - d_v) D_0^{el} : (\epsilon - \epsilon_v^{pl}) \quad (4.23)$$

4.4. Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

4.4.1. Allgemeines

Für eine wirklichkeitsnahe Berechnung von statisch hochgradig unbestimmten Stahlbetonplatten ist eine möglichst exakte Beschreibung der Steifigkeitsverteilung für das gesamte Bauteil erforderlich. Aufgrund der geringen Zugfestigkeit des Betons ändert sich die Steifigkeit der Konstruktion in Abhängigkeit der einwirkenden Beanspruchung. Um das Trag- und Verformungsverhalten wirklichkeitsnah beschreiben zu können, ist daher eine Beschreibung der Steifigkeiten sowohl im ungerissenen Zustand als auch im Zustand der Erstrissbildung sowie des abgeschlossenen Rissbildes erforderlich.

Das Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen wird in Abhängigkeit der vorhandenen Bewehrung und des vorhandenen Bewehrungsgrads maßgebend durch das Verbundverhalten zwischen Beton und Betonstahl geprägt. Eine wirklichkeitsnahe Formulierung des Verbundverhaltens ist daher in nichtlinearen Berechnungen von besonderer Bedeutung.

Wird das Verbundverhalten in Verankerungsbereichen der Bewehrung vernachlässigt, so kann für ungerissenen Beton von einem starren Verbund ausgegangen werden.

Die Dehnungen des Betons und des Betonstahls sind demnach gleich (vgl. Kap. 3.3). Reißt der Beton an einer Stelle auf, so entstehen unmittelbar Dehnungssprünge zwischen Beton und Bewehrung. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, um die hierdurch entstehende Relativverschiebung im Modell abbilden zu können.

In nichtlinearen FE-Berechnungen kann das Verbundverhalten wahlweise über diskret modellierte Verbundelemente oder näherungsweise durch eine Modifizierung der Werkstoffkennlinie des Betons oder des Betonstahls berücksichtigt werden. Insbesondere bei der Untersuchung von Einleitungs- oder Verankerungsproblemen werden besondere Anforderungen an die Simulation des Tragverhaltens gestellt. Die Arbeiten von Mainz [Mai93] und Keuser [Keu85] geben eine gute Übersicht über eine Abbildung des Verbundverhaltens mit diskreten Verbundelementen.

In der Literatur existiert eine Vielzahl von unterschiedlichen Ansätzen zur Beschreibung der zugversteifenden Wirkung des Betons zwischen den Rissen (vgl. [Har77], [Din87], [GM91]). Diese Ansätze sind meist empirisch ermittelt worden und weisen z.T. erhebliche Unterschiede auf. Einen Überblick über verschiedene Zugversteifungsansätze gibt zum Beispiel Pardey [Par94].

Hartl [Har77] hat bereits in den frühen 80er Jahren in umfangreichen Versuchsreihen an Stahlbetonzugstäben das Last-Verformungsverhalten mit unterschiedlichen Betondurchmessern und Bewehrungsgraden untersucht. Hierbei ist unter anderem gezeigt worden, dass die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen mit abnehmendem Bewehrungsgrad zunimmt (vgl. Abb. 4.15).

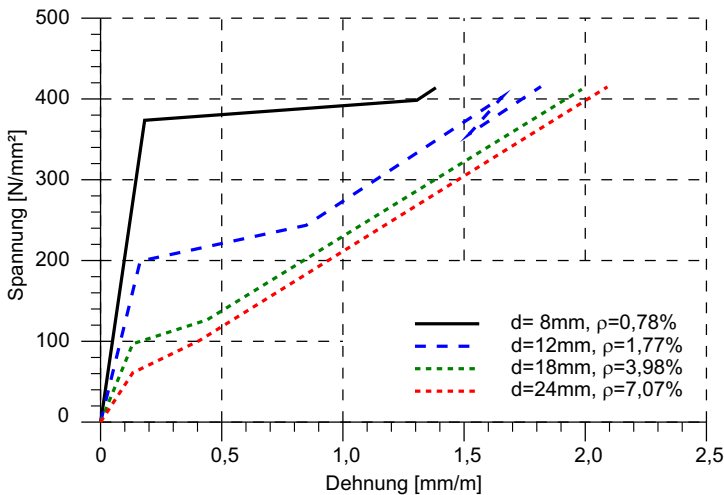


Abb. 4.15.: Experimentell ermittelte Arbeitslinien von Stahlbetonzugstäben mit unterschiedlichen Bewehrungsgraden nach [Har77]

Für das Tragverhalten unter Erst- und Kurzzeitbeanspruchung ist von Hartl ein trilinearer Berechnungsansatz zur Berücksichtigung in der Werkstoffkennlinie des Betonstahls entwickelt worden, der eine qualitative Beschreibung eines Stahlbetonzugstabes ermöglicht. Bei der Untersuchung des Platten-tragverhaltens steht jedoch das Trag- und

Verformungsverhalten der gesamten Platte im Vordergrund. Eine diskrete Berücksichtigung des Verbundverhaltens für Platten wird aufgrund des hohen Modellierungsaufwands und der immensen Rechenzeit daher derzeit nur bei speziellen Fragestellungen angewendet (vgl. auch [RKB08]).

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Tension-Stiffening Effekt daher näherungsweise berücksichtigt. Grundsätzlich kann die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen über eine Modifizierung der Werkstoffkennlinie des Betons oder des Betonstahls erfolgen. Die infolge der Verbundschädigung auftretende Relativverschiebung zwischen Beton und Betonstahl wird im Modell vernachlässigt. Die zusätzliche Steifigkeit des Systems infolge Verbundwirkung kann in der Werkstoffkennlinie des Betonstahls, wie beispielsweise in Abbildung 4.16 dargestellt, berücksichtigt werden. Die Berücksichtigung der

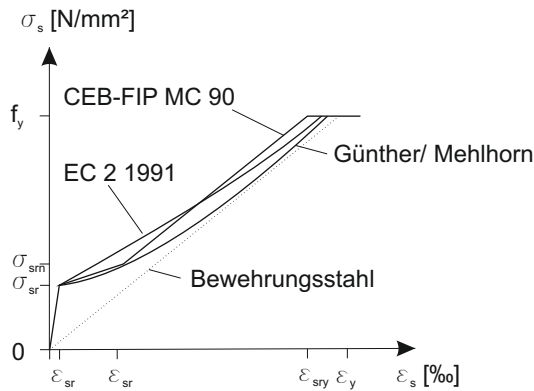


Abb. 4.16.: Vergleich qualitativer Spannungs-Dehnungsbeziehungen zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening im Werkstoffgesetz des Betonstahls

Versteifungswirkung in der Arbeitslinie des Betons kann zu numerischen Problemen führen. Die Rissbildung führt unmittelbar zu einer deutlichen Abnahme der Betonsteifigkeit und einer direkten Umlagerung der Spannungen in die Bewehrung. Die Anzahl der zur Lösung des Gleichungssystems benötigten Iterationen kann hierdurch ansteigen.

In vielen Arbeiten wird die Mitwirkung des Betons daher im Werkstoffgesetz des Betons berücksichtigt. Abbildung 4.17 zeigt einen Vergleich der Ansätze nach Günther/Mehlhorn, EC 2 und MC 90. In Pardey [Par94] ist eine Zusammenfassung weiterer Ansätze angegeben.

Winkler [Win01] hat für 2D-Berechnungen gute Ergebnisse mit einer Modifizierung des Ansatzes nach MC90 erzielt. Es werden äquivalente Betonspannungen aus den Stahldehnungen und dem Tension-Stiffening errechnet. Das Nachbruchverhalten kann in drei Bereiche eingeteilt werden. Der erste Bereich beschreibt die äquivalenten Betondehnungen vom Erstriss bis zum abgeschlossenen Rissbild. Das Dehnungsverhalten bis zur Erreichung der Stahlstreckgrenze wird durch den Bereich zwei abgebildet. Oberhalb der Streckgrenze schließt sich der dritte Bereich an (vgl. Abb. 4.18).

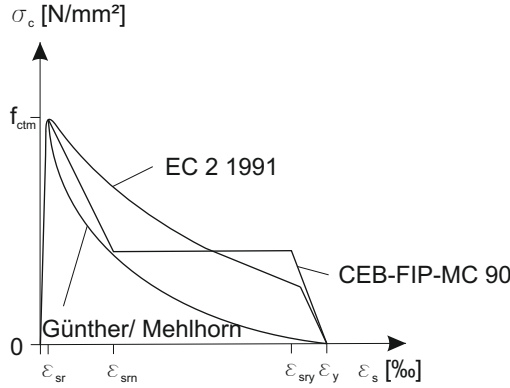


Abb. 4.17.: Vergleich qualitativer Spannungs-Dehnungsbeziehungen zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening im Werkstoffgesetz des Betons

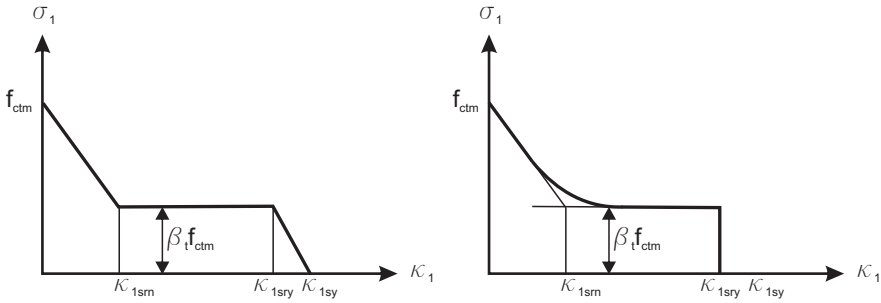


Abb. 4.18.: Bilinearer und Exponentieller Tension-Stiffening Ansatz für bewehrten Beton nach Winkler [Win01]

$$\begin{aligned} \kappa_{1srm} &= \frac{\sigma_{srn}}{E_s} - \beta_t \Delta \varepsilon_{sr} - \beta_t \frac{f_{ctm}}{E_c} \\ \kappa_{1sry} &= \frac{f_y}{E_s} - \beta_t \Delta \varepsilon_{sr} - \beta_t \frac{f_{ctm}}{E_c} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Im Dehnungsbereich von κ_{1srm} bis κ_{1sry} können die äquivalenten Betonspannungen mit folgender exponentieller Beziehung beschrieben werden.

$$\sigma_1(\kappa_1) = f_{ctm} \left[\beta_t + (1 - \beta_t) \cdot e^{\left(\frac{-\kappa_1}{\kappa_{1srm}} \right)} \right] \quad (4.25)$$

Der Tension-Stiffening wird nach Erreichen der Fließgrenze vernachlässigt. Dies führt zu folgender Funktion:

$$\sigma_1(\kappa_1) = \beta_t f_{ctm} \left(\frac{\kappa_{1sy} - \kappa_1}{\kappa_{1sy} - \kappa_{1sry}} \right) \quad (4.26)$$

Das Nachbruchverhalten von unbewehrtem Beton und Stahlbeton ist grundsätzlich verschieden. Während Beton nach Erstrissbildung ein lokalisierendes Dehnungsver-

halten zeigt, führt der Betonstahl in Stahlbetonbauteilen aufgrund seiner Verbundwirkung zu einer Verteilung der Dehnungen über die gesamte Bauteillänge. Um das Entfestigungsverhalten von Stahlbetonbauteilen wirklichkeitsnah beschreiben zu können, schlägt Winkler [Win01] vor, den Querschnitt in einen bewehrten, einen Übergangsbereich und einen unbewehrten Bereich aufzuteilen. So kann das Nachbruchverhalten für die entsprechenden Bereiche detailliert beschrieben werden.

In Kapitel 5 wird dieser für 2D- Berechnungen entwickelte Ansatz für die Anwendung in 3D- Berechnungen modifiziert.

4.4.2. Einfluss des Winkels zwischen Hauptspannungs- und Bewehrungsrichtung

Die Berücksichtigung des Tension-Stiffening Effekts im Werkstoffmodell zur Beschreibung des Betonverhaltens führt zu einer Aufweitung des Kegels im dreidimensionalen Spannungsraum. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Rissnormale in Bewehrungsrichtung liegt.

In zweiachsigen Spannungszuständen sind daher Modifizierungen notwendig. Kollegger [Kol92] hat in Versuchen an Stahlbetonscheiben nachgewiesen, dass das Tension Stiffening nahezu unabhängig vom eingeschlossenen Winkel zwischen Rissnormalen und Bewehrungsrichtung ist, wenn das Tension-Stiffening in Bewehrungsrichtung ermittelt wird. In zweiachsigen Spannungszuständen wird daher eine Transformation des Tension-Stiffening Effekts notwendig. Winkler [Win01] gibt hierzu eine Beziehung, um die effektive Steifigkeit normal zur Rissrichtung zu ermitteln, an (vgl. Abb. 4.19).

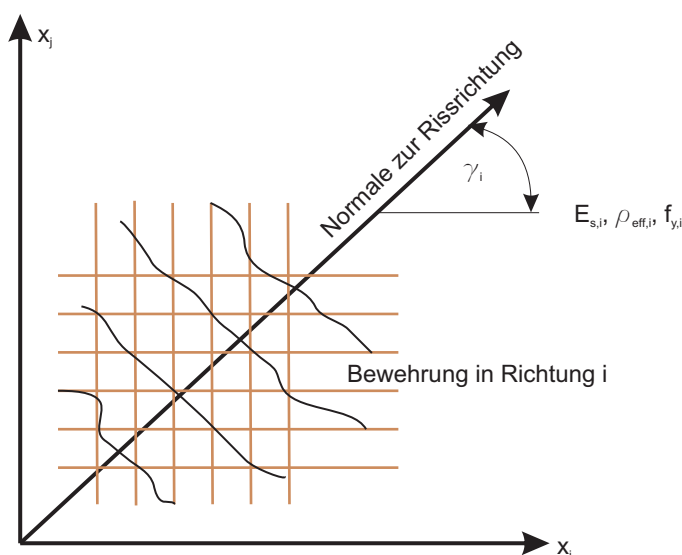


Abb. 4.19.: Effektive Dehnsteifigkeit normal zur Rissrichtung

Effektive Dehnsteifigkeit in Bewehrungsrichtung

$$(E_s \rho_{eff}) = \sum_{i=1}^n E_{s,i} \rho_{eff,i} \cos^4 \gamma_i \quad (4.27)$$

mit:

γ_i	Winkel zwischen Rissnormalen und Bewehrung
n	Anzahl der vorhandenen Bewehrungslagen
ρ_{eff}	Bewehrungsgrad der i-ten Bewehrungslage

Die äquivalente plastische Verzerrung kann nach Winkler [Win01] mit folgender Transformationsbeziehung für zweiachsige Beanspruchungen modifiziert werden.

$$\kappa_{1sy} = \frac{1}{\cos^2 \gamma_j} \frac{f_{y,j}}{E_{s,j}}$$

Ist ein Querschnitt mit zwei oder mehreren Lagen bewehrt, so wird zur Ermittlung der äquivalenten plastischen Verzerrung die Bewehrungslage mit der größten Querschnittsfläche angesetzt. Untersuchungen haben gezeigt, dass das Tension Stiffening weiterhin durch die stärkste Bewehrungslage beeinflusst wird, auch wenn die schwächste Bewehrungslage bereits fließt [VC82].

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen

5.1. Allgemeines

Ziel aufwendiger dreidimensionaler Simulationen ist eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Trag- und Verformungsverhaltens eines gegebenen Bauteils. Zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten sind im Allgemeinen mit einem Bewehrungsgrad von 0,2% bis 0,8% schwach bewehrt. Je geringer der Bewehrungsgrad, umso größer ist der Einfluss der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (Tension-Stiffening) [Par94]. Das Tension-Stiffening hat somit einen großen Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten der Platten. Viele der in der Literatur existierenden Versteifungsfunktionen sind empirisch für die Anwendung in zweidimensionalen FE- Berechnungen ermittelt und kalibriert worden [Par94]. Für die Berücksichtigung der Zugversteifung in dreidimensionalen Modellen sind in der Literatur bislang noch keine speziellen Ansätze zu finden. Häufig werden Ansätze zur Berechnung in 2D Modellen modifiziert und auf 3D-Modelle angewendet.

Ob eine unmittelbare Übertragung der Tension-Stiffening Ansätze von 2D- auf 3D- Berechnungen möglich ist, soll daher zunächst in Voruntersuchungen geklärt werden. Hierzu werden in diesem Kapitel wesentliche Arten der dreidimensionalen Modellierung von Stahlbeton vorgestellt. Im Anschluss daran folgt die Entwicklung eines eigenen Ansatzes zur Beschreibung des Tension-Stiffening in dreidimensionalen FE- Berechnungen. Hierzu werden zunächst Unterschiede zwischen den Modellen im zwei- und dreidimensionalen Raum erarbeitet. Anhand dieser Erkenntnisse wird ein Ansatz zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening in dreidimensionalen Berechnungen entwickelt. Dieser Ansatz wird zunächst an einem Zugstab nach Hartl unter einaxialer Beanspruchung verifiziert [Har77]. Im Anschluss daran wird dieser Ansatz auf den zweiachsigen Beanspruchungszustand, wie er in zweiachsig gespannten Platten auftritt, erweitert. Das Tragverhalten unter zweiachsiger Beanspruchung wird anhand der von Pardey gewonnenen Versuchsergebnisse an zweiachsig gespannten Stahlbetonplatten mit rechteckigem Grundriss und liniengelagerten Rändern verifiziert [Par94].

5.2. Berücksichtigung der Bewehrung in 2D- und 3D-Modellen

In linearen Berechnungen werden Schnittgrößen im Stahlbetonbau üblicherweise unter der vereinfachten Annahme ungerissener Querschnitte ermittelt. Bei normalen Bewehrungsgraden ist der Anteil der Bewehrung auf die Steifigkeit des Gesamtquerschnitts gering und wird daher üblicherweise vernachlässigt. In nichtlinearen Berechnungen wird das Rissverhalten des Betons berücksichtigt. Die Bewehrung ist in diesen Modellen somit zwingend zur Herstellung des Gleichgewichts im Querschnitt erforderlich. Die Diskretisierung der Bewehrung ist in physikalisch nichtlinearen Berechnungen von Stahlbetonstrukturen folglich äußerst wichtig. Je nach Bewehrungsgrad, Bewehrungsführung und angestrebter Genauigkeit der durchzuführenden Berechnungen gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, die Bewehrung im Modell zu berücksichtigen. Die Geometrie der Bewehrung kann in Abhängigkeit vom gewählten Modellraum der Betonstruktur über diskrete Stabelemente, Flächenelemente mit äquivalenter Schichtdicke oder Volumenelemente erfolgen. Soll die Querschnittsfläche des Stabstahls mit Flächenelementen abgebildet werden, so wird die Querschnittsfläche eines Bewehrungsstabs unter Berücksichtigung des Stababstands in eine äquivalente Schichtdicke umgerechnet. In Abbildung 5.1 sind Möglichkeiten zur Berücksichtigung der Bewehrung in zweidimensionalen Modellen dargestellt.

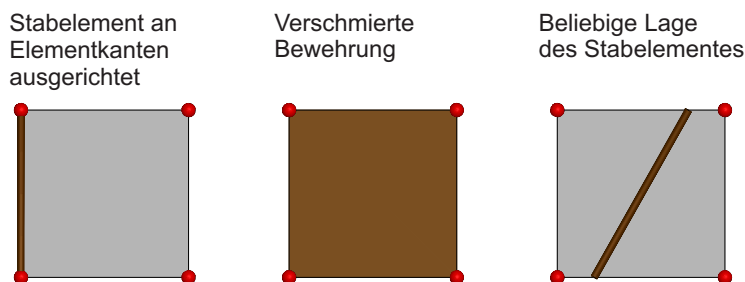


Abb. 5.1.: Varianten zur Diskretisierung der Bewehrung in zweidimensionalen Modellen

In dreidimensionalen Modellen kann die Bewehrung sowohl ein-, zwei- als auch dreidimensional mit Volumenelementen abgebildet werden. Bei der Diskretisierung der Bewehrung mit Volumenelementen steigt jedoch der Modellierungsaufwand erheblich an. Die Querschnittsfläche der Bewehrung wird üblicherweise nicht vom umgebenden Betonquerschnitt abgezogen. Bei hohen Bewehrungsgraden sollte daher geprüft werden, ob die hieraus resultierende Überschätzung der Gesamtsteifigkeit des Querschnitts im Rahmen der angestrebten Rechengenauigkeit liegt. Wird die Bewehrung mit Stabelementen modelliert, so ergeben sich zwei Arten, die Stabelemente an die umgebenden Volumenelemente anzuschließen. Bei einer Anpassung der Betonelemente an das Bewehrungsnetz können die Eckknoten der Betonelemente direkt mit den Stabelementen der Bewehrung verschmolzen werden. Hierbei entsteht ein starrer Verbund zwischen Beton und eingebetteter Bewehrung. Bei der Vernetzung der Betonstruktur ist man somit an die Bewehrungsführung gebunden. Je nach Bewehrungsgrad und Lage der

Bewehrung in dem entsprechenden Bauteil wird die Diskretisierung der Betonstruktur sehr aufwendig. Jede Anpassung der Bewehrung erfordert bei dieser Art der Modellierung eine Neuvernetzung der Betonstruktur (vgl. Abb. 5.2).

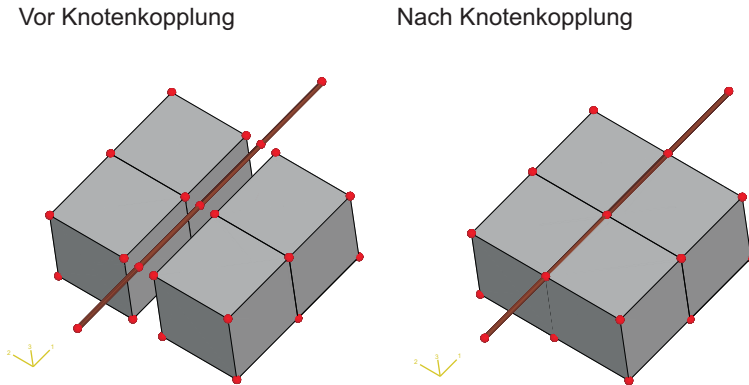


Abb. 5.2.: Unmittelbarer Anschluss von Stabelementen an Volumenelemente durch direkte Kopplung, hier: vor und nach erfolgter Knotenkopplung

Gerade bei komplexen Bewehrungsführungen bietet sich daher eine Einbettung der Bewehrung in die umgebenden Betonelemente an. Die Knoten der Bewehrungselemente werden hierbei starr mit den Knoten der Betonelemente gekoppelt. Je nach Lage der Bewehrungselemente werden die Reaktionskräfte in die Knoten der Betonelemente unter Berücksichtigung von Wichtungsfaktoren eingeleitet. Die Bewehrungselemente können beliebig im Beton angeordnet werden. Auch zweidimensionale Elemente können auf diese Art und Weise in die Volumenelemente eingebettet werden (vgl. Abb. 5.3).

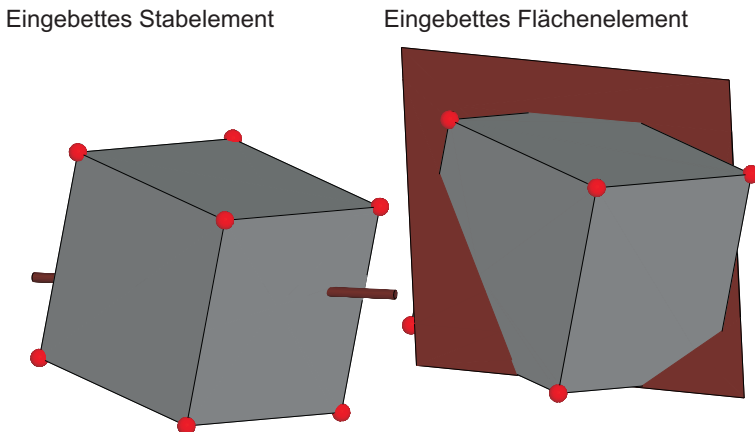


Abb. 5.3.: Einbettung von Stab- und Flächenelementen in dreidimensionale Solidelemente

In räumlichen Modellen, in denen auch die Bewehrung mit Volumenelementen diskretisiert wird, bietet es sich an, das Volumen der Bewehrung im Modell zu berücksichtigen.

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen

Dies kann auf relativ einfache Weise durch Abzug des Bewehrungsvolumens vom Gesamtvolumen des Betons erfolgen. Im Formenbau würde man in diesem Fall von einer Negativform sprechen. Anschließend kann das um das Bewehrungsvolumen reduzierte Betonvolumen mit der Bewehrung gekoppelt und diskretisiert werden (vgl. Abb. 5.4).

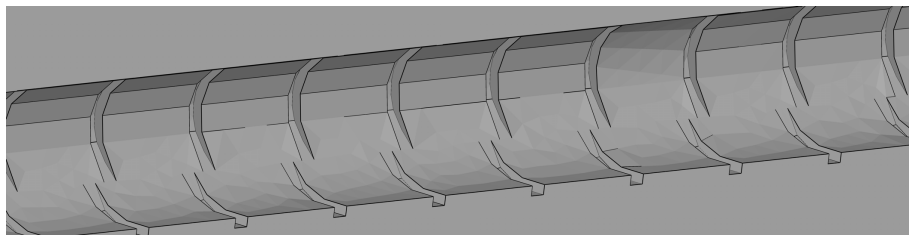


Abb. 5.4.: Detail: Ausbildung der Rippen im Beton als Negativform

5.3. Berücksichtigung des Tension-Stiffening Ansatzes in dreidimensionalen FE- Modellen

5.3.1. Allgemeines

Die Ansätze zur Beschreibung des Tension-Stiffening Effekts sind zunächst für zweidimensionale numerische Untersuchungen entwickelt und verifiziert worden (vgl. [GM91], [Kol88]). In diesen Ansätzen wird die zugversteifende Wirkung im gesamten Elementquerschnitt gleichmäßig angenommen. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen lässt jedoch mit zunehmender Entfernung von der Bewehrung ab. Winkler hat ein Modell für den zweidimensionalen Fall entwickelt, das diesen Einfluss berücksichtigt [Win01].

Ursprünglich ist der gesamte versteifende Einfluss in der Literatur als Tension-Stiffening bezeichnet worden. Seit einigen Jahren wird der versteifende Einfluss jedoch aufgeteilt in einen Tension-Softening und einen Tension-Stiffening Anteil [Fee93]. Das Nachbruchverhalten des Betons wird hierbei allein dem Tension-Softening zugeschrieben.

Rüdiger [RKB08] hat den Einfluss der Bewehrungsrichtung auf das Verformungsverhalten an Stahlbetonplatten experimentell und mit numerischen Berechnungen untersucht. Das globale Tragverhalten ist mit einem räumlichen FE- Modell und diskret modellierter Bewehrung abgebildet worden. In seinen Berechnungen wird die zugversteifende Wirkung vom Erstriss mit Erreichen der Zugfestigkeit bis zum abgeschlossenen Rissbild bei einer Dehnung von 2,5‰ auf null abgemindert. Der Bewehrungsgrad der untersuchten Platten liegt mit $\approx 0,65\%$ relativ hoch. Der Einfluss des Tension-Stiffenings auf das Tragverhalten ist bei dieser Platte kleiner als bei schwach bewehrten Platten mit einem Bewehrungsgrad von $\approx 0,2\%$ [Par94].

König und Tue [KT96] haben umfangreiche Untersuchungen zur Rissbreitenbeschränkung und der Mindestbewehrung in Stahl- und Spannbetonbauteilen durchgeführt. Hierbei ist festgestellt worden, dass die Kraft, die über Verbundwirkung vom Stahl in

den Beton eingeleitet wird, maßgebenden Einfluss auf die zu beobachtenden Rissabstände hat. Ein Teil der Risskraft, die bei voller Wirkung der Zugzone notwendig ist, reicht aus, um einen weiteren Riss zu erzeugen. Es ist daher ein Modell entwickelt worden, in dem die risserzeugende Kraft dem Produkt aus effektiver Betonfläche und Zugfestigkeit gleichgesetzt wird. Dieser Ansatz wird seither in Nachweisen der Gebrauchstauglichkeit erfolgreich angewendet (vgl. Abb. 5.5).

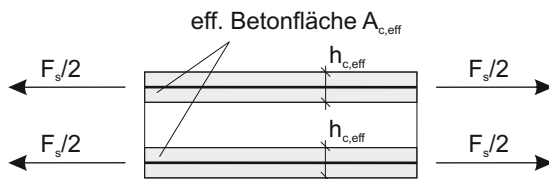


Abb. 5.5.: Kräfte zur Erzeugung eines Einzelrisses nach König [KT96]

Die Wirkung des Bewehrungsstahls beschränkt sich somit auf einen begrenzten Bereich, der mit h_{eff} bezeichnet wird. Innerhalb dieser Wirkungszone mit der Fläche $A_{c,eff}$ werden somit Zugkräfte vom Stahl über Verbundwirkung in den Beton eingeleitet. Für den einachsigen Fall sind äquivalente Spannungs-Dehnungslinien sowohl für Zugversuche als auch für Biegeversuche mit ausmittiger Lage der effektiven Wirkungszone experimentell ermittelt worden (vgl. [GM91]).

5.3.2. Definition des Tension-Stiffening Effekts im Querschnitt

In zweidimensionalen FE-Berechnungen hat Kollegger [Kol88] mit einem Schichtenmodell gezeigt, dass das gleiche Tragverhalten mit unterschiedlichen Tension-Stiffening Ansätzen simuliert werden kann. Es ist gezeigt worden, dass ein Modell mit konzentriertem Tension-Stiffening Effekt im Randbereich der Platte nahezu das gleiche Tragverhalten abbildet wie ein Modell, in dem der Tension-Stiffening Effekt gleichmäßig über den gesamten Querschnitt verteilt ist (vgl. Abb. 5.6). Die zugversteifende Wirkung wird in vielen Veröffentlichungen ausführlich beschrieben. Bisher ist eine Verifizierung des Tension-Stiffening Effektes jedoch nur für 2D- FE- Analysen erfolgt. Aus diesem Grund werden zunächst einige ausgewählte Ansätze an einem 2D-Modell untersucht und im Anschluss daran auf den dreidimensionalen Fall übertragen.

Im folgenden Abschnitt werden einige Untersuchungen zur näherungsweisen Berücksichtigung des TST-Effekts in wirklichkeitsnahen FE-Berechnungen durchgeführt. Ein bedeutender Unterschied zwischen der zwei- und dreidimensionalen Analyse besteht in der punktuellen Lasteinleitung durch die Stabelemente in die Volumenelemente des Betons.

Alle bisher vorgestellten Varianten der Modellierung von dreidimensionalen Betonstrukturen vernachlässigen eine wichtige Eigenschaft: das Verbundtragverhalten. Während bei der Untersuchung von Detailproblemen durchaus auch eine wirklichkeitsnahe Abbildung der Verbundbedingungen eingesetzt wird, so wird bei der Untersuchung globalen Tragverhaltens nicht zuletzt aufgrund des hohen Aufwandes der Modellierung

Querschnitt:

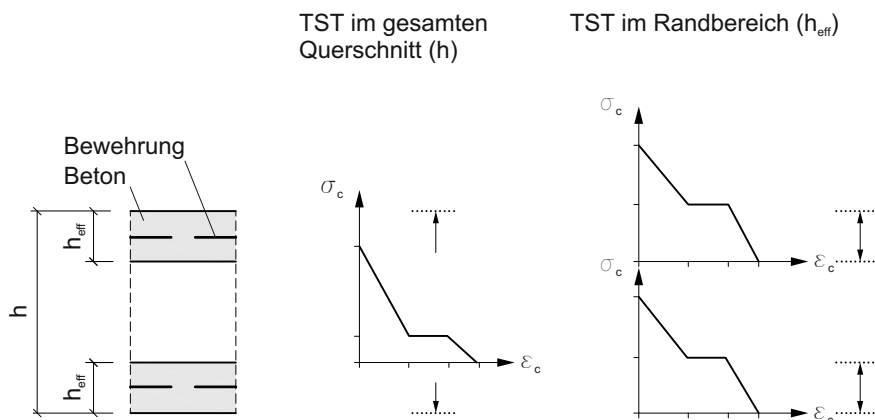


Abb. 5.6.: Schema zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening im Querschnitt nach Kollegger [Kol88]

das Verbundverhalten näherungsweise beschrieben. Folgende Einflüsse werden nur näherungsweise erfasst:

- Wirkung der Rippen auf das Tragverhalten
- Reibung zwischen Beton und Betonstahl
- Dübelwirkung der Bewehrungsstäbe

In Abschnitt 3.1 ist der Lokalisierungseffekt des Betons aufgrund seines entfestigenden Werkstoffverhaltens beschrieben worden. Mit Erreichen der Zugfestigkeit reißt der Betonquerschnitt auf. Die zu diesem Zeitpunkt gleichmäßig über den gesamten Zugstab verteilten Dehnungen verlagern sich in den Rissquerschnitt. Eine Spannungsübertragung über die Rissufer hinweg ist unmöglich. In Stahlbetonstrukturen findet eine Umlagerung der Spannungen beidseits der Rissufer vom Beton in den Bewehrungsstahl statt. In den Bereichen vor und hinter dem Rissufer werden aufgrund der Verbundwirkungen Schubspannungen vom Stahl in den Beton übertragen. Das Rissverhalten wird maßgebend vom Bewehrungsgrad und der Betondeckung beeinflusst. Bei geringer Betondeckung kann ein Längsriss in Bewehrungsrichtung entstehen. Bei ausreichender Betondeckung verhindert der umgebende Beton mit zunehmendem Abstand vom Bewehrungsstab die Bildung eines Längsrisses. Der Bewehrungsstab beeinflusst das Tragverhalten des Betons nur in seiner unmittelbaren Nähe. Mit zunehmendem Abstand vom Bewehrungsstab verhält sich der Beton zunehmend wie unbewehrter Beton.

Bei der dreidimensionalen Modellierung sind einige dieser Annahmen nicht mehr gegeben, so dass an dieser Stelle zusätzliche Überlegungen anzustellen sind. Im folgenden Abschnitt werden an einem Zugstab aus Stahlbeton zunächst die bisher üblichen Ansätze zur Beschreibung des Tension-Stiffening untersucht. Im Anschluss daran werden

die Unterschiede zwischen einer zwei- und dreidimensionalen Modellierung im Hinblick auf das Tragverhalten genauer untersucht. Aus den in diesen Untersuchungen gewonnenen Erkenntnissen wird ein eigener Ansatz zur näherungsweise Beschreibung des TST-Effekts in dreidimensionalen FE-Modellen mit diskret modellierter Bewehrung entwickelt.

5.4. Simulation des Tragverhaltens eines Stahlbetonzugstabes mit 2D- und 3D- Modellen

In diesem Kapitel erfolgt eine wirklichkeitsnahe Nachrechnung der von Hartl an Stahlbetonzugstäben gemachten Untersuchungen. Es werden wesentliche Unterschiede zwischen 2D- und 3D- Modellen herausgestellt und mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Im Anschluss daran wird die Auswirkung verschiedener Diskretisierungen auf die Berechnungen untersucht. In allen Berechnungen werden die gewählten Werkstoffparameter konstant gehalten. Das Nachbruchverhalten wird nach dem Ansatz von Winkler im Modell berücksichtigt (vgl. Abschnitt 4.4). Hartl hat in umfangreichen Untersuchungen an Stahlbetonzugstäben unter anderem den Einfluss des Betonstahldurchmessers sowie den Einfluss des Bewehrungsgrads auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen durchgeführt (vgl. Abb. 5.7) [Har77]. Die Ergebnisse dieser experimentellen Untersuchungen werden zur Verifikation der eigenen numerischen Berechnungen herangezogen.

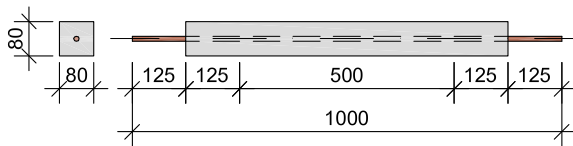


Abb. 5.7.: Systemskizze des untersuchten Zugstabes nach [Har77]

In den folgenden Untersuchungen wird der Versuchskörper mit verschiedenen zwei- und dreidimensionalen Modellen nachgerechnet. Insbesondere soll in den folgenden Untersuchungen das Verbundverhalten und die Krafteinleitung der Bewehrung in den Beton genau analysiert werden.

Ein wesentlicher Vorteil von dreidimensionalen FE-Modellen ist die wirklichkeitsnahe Abbildung des zu untersuchenden Bauteils oder Bauwerks. Aufgrund des sehr hohen Modellierungsaufwands und der hiermit verbundenen sehr hohen Rechenzeit wird die Bewehrung allerdings nur in Detailuntersuchungen räumlich abgebildet. In globalen Untersuchungen zum Tragverhalten wird die Bewehrung daher häufig mit eindimensionalen Stabelementen abgebildet. Die Einleitung der Kraft erfolgt somit punktuell (vgl. Abb. 5.8).

Schwerpunkt der folgenden Untersuchungen an einem Stahlbetonzugstab ist daher die Krafteinleitung von Stabelementen in Volumenelemente mit entfestigendem Werkstoffverhalten. Weiter wird insbesondere der Einfluss räumlich modellierter Rippen auf den Spannungszustand untersucht. Hierbei werden insbesondere auch verschiedene

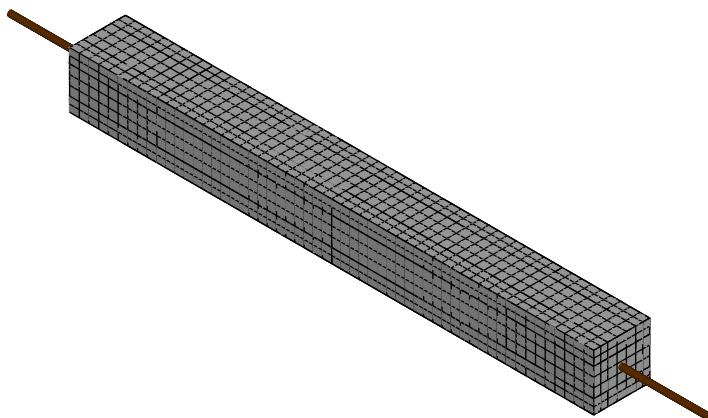


Abb. 5.8.: 3D- FE-Modell mit wirklichkeitsnaher Abbildung der Betongeometrie und Abbildung der Bewehrung mit Stabelementen

Ansätze zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening Effekts in dreidimensionalen Berechnungen untersucht und verglichen.

Die Ergebnisse aus diesen Voruntersuchungen fließen in die Entwicklung eines eigenen Ansatzes zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening. Dieser Ansatz gilt zunächst nur für den Sonderfall, dass die Rissnormale in Bewehrungsrichtung liegt. In den folgenden Kapiteln wird der Ansatz mit einer Transformationsbeziehung auf den zweiachsigen Spannungszustand, wie er beispielsweise in Platten auftritt, erweitert. Ein wesentlicher Aspekt des eigenen Ansatzes stellt die Aufteilung des Querschnitts in Teilbereiche mit unterschiedlichem Nachbruchverhalten dar. So wird der Tension-Stiffening Effekt ausschließlich dem Teilquerschnitt in Bewehrungsnähe zugewiesen. Im übrigen, unbewehrten Teilquerschnitt wird lediglich das Nachbruchverhalten von Normalbeton unter Berücksichtigung möglicher Dehnungslokalisierung definiert (vgl. Abb. 5.9). Eine Kalibrierung des entwickelten Modells erfolgt in Kapitel 6 anhand experimenteller Plattenuntersuchungen nach Pardey [Par94]. In Kapitel 7 wird das Modell auf die eigenen experimentellen Untersuchungen an zweiachsig gespannten Platten mit Ortbetonergänzung angewendet.

5.4.1. Zugstabverhalten mit 2D- und 3D- Modellen

Zunächst wird in einem zweidimensionalen Modell das Tragverhalten mit bekannten Ansätzen nach Winkler [Win01] und dem Model Code [CEB91] simuliert und mit den experimentell ermittelten Werten nach Hartl [Har77] verglichen.

Hartl hat umfangreiche Untersuchungen zur zugversteifenden Wirkung des Betons zwischen den Rissen unter Erst- und Kurzzeitbeanspruchung an Stahlbetonzugstäben mit verschiedenen Bewehrungsgraden und Betonfestigkeiten durchgeführt. Aus den Mess-

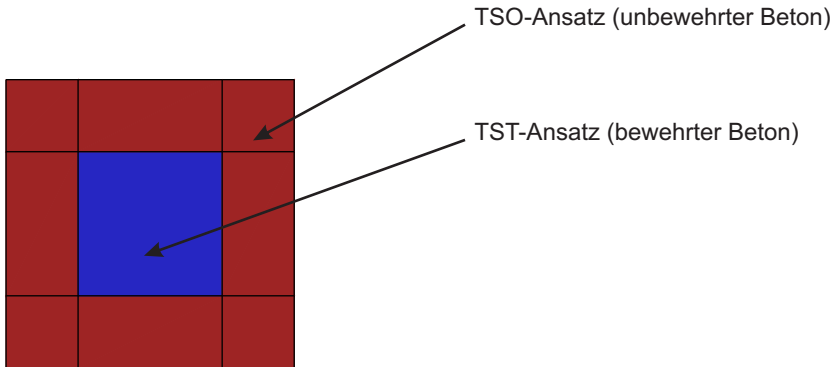


Abb. 5.9.: Schematische Darstellung: Berücksichtigung des TS-Effekt im Teilquerschnitt

werten der insgesamt 72 Prüfkörper sind auf empirischem Wege Funktionen entwickelt worden, die das Dehnungsverhalten bewehrter Stahlbetonzugstäbe für unterschiedliche Bewehrungsgrade näherungsweise beschreiben [Har77].

Der Stahlbetonzugstab nach Hartl ist zentrisch mit einem einzigen Bewehrungsstab bewehrt. Insgesamt weist der Stab eine Länge von 1000 mm auf, hiervon sind 750 mm mit Beton umgeben. Die gemittelten Dehnungen werden in einem Messbereich von 500 mm, jeweils 250 mm symmetrisch vom Mittelquerschnitt, gemessen (vgl. Abb. 5.7). Der quadratische Querschnitt $[80 \times 80 \text{ mm}]$ des Betons ist für alle Versuche als konstant angenommen worden. Die Versuche sind an Versuchskörpern mit drei unterschiedlichen Betonfestigkeiten durchgeführt worden. Der Einfluss des Bewehrungsgrads ist durch unterschiedliche Querschnitte der eingelegten Bewehrungsstäbe mit $\varnothing 8, 12, 18$ und $\varnothing 24$ bei konstanten Abmessungen des Betonquerschnitts untersucht worden. Die Bewehrung besteht aus einem Torstahl 50 mit einer Streckgrenze von $f_y = 4,2 \text{ Mp/cm}^2$. Dies entspricht einem Wert von $f_y \approx 412 \text{ N/mm}^2$. Die Beanspruchung ist im Versuchsverlauf innerhalb von etwa 3 Minuten linear bis zum Erreichen der Streckgrenze des Bewehrungsstahls gesteigert worden.

5.4.2. Modellbildung

Der im vorherigen Abschnitt 5.4.1 dargestellte Versuchsaufbau wird im Folgenden numerisch untersucht. Die Geometrie des Versuchskörpers wird zunächst mit ebenen Plattenelementen abgebildet. Die Bewehrung wird in diesem Modell über eine Steigerung der Steifigkeitsmatrix in entsprechender Höhenlage berücksichtigt. Die Bewehrung ist gleichmäßig auf der gesamten Breite verteilt. Das System wird in der Breite mit einem Element und in der Länge mit 6 Elementen abgebildet.

Im dreidimensionalen Modell wird die Geometrie im Querschnitt mit einem einzigen Element abgebildet. Das Element besitzt einen linearen Verschiebungsansatz. Spannungs- und Dehnungsunterschiede können aufgrund der Diskretisierung mit einem Element im Querschnitt nicht von dem Modell abgebildet werden. Die Bewehrung wird durch Stabelemente abgebildet, die in die Volumenelemente eingebettet werden. In

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen

den Abbildungen 5.10 und 5.11 werden das 2D-Modell unter Ausnutzung der Symmetrie und das 3D- Modell gegenübergestellt.

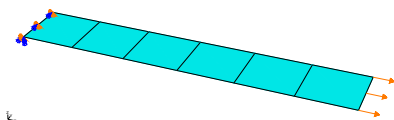


Abb. 5.10.: 2D-Modell: Zugstab mit sechs Schalenelementen diskretisiert

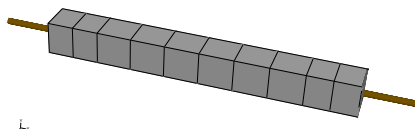


Abb. 5.11.: 3D-Modell: Zugstab mit einem Volumenelement im Querschnitt diskretisiert

Für die Beschreibung des Werkstoffverhaltens werden die experimentell ermittelten Daten aus Hartl [Har77] übernommen. Die verwendeten Werkstoffkennwerte sind in Tabelle 5.1 angegeben. Das Nachbruchverhalten wird für beide Modelle mit einem Ansatz nach Winkler [Win01] beschrieben. Das Nachbruchverhalten mit dem Tension-Stiffening Ansatz nach Winkler ist in Abbildung 5.12 dargestellt.

Tab. 5.1.: Zugstab $\varnothing 12\text{ mm}$: verwendete Werkstoffkennwerte für Beton und Betonstahl sowie äquivalente Schichtdicke des Betonstahllayers im Modell

Elastizitätsmodul Betonstahl	N/mm^2	192.000
Querschnittsfläche Betonstahl	N/mm^2	112
äquivalente Schichtdicke	mm	1,4
Elastizitätsmodul Beton	N/mm^2	27.400
Zugfestigkeit	N/mm^2	2,99

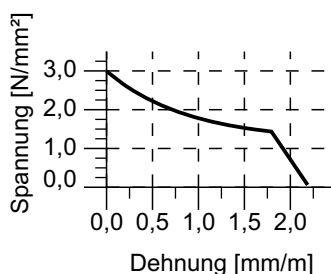


Abb. 5.12.: Beschreibung des Nachbruchverhaltens nach Winkler [Win01]

Die numerisch ermittelten Arbeitslinien (vgl. Abb. 5.13) stimmen beide sehr gut mit dem experimentell ermittelten Graphen überein. Die Diskretisierung des 3D-Modells mit nur einem Element mit linearem Verschiebungsansatz über den Querschnitt führt zu konstanten Spannungen und Dehnungen innerhalb des Querschnitts. Das wirkliche Tragverhalten kann mit diesem Modell somit nicht abgebildet werden. Aufgrund dieser

grobe Annäherung des Tragverhaltens wirkt die zugversteifende Wirkung des Betons zwischen den Rissen über die gesamte Querschnittsfläche des Elements gleichmäßig. Die grobe Vernetzung des 3D- Modells erzwingt somit das gleiche Tragverhalten, wie in dem zum Vergleich untersuchten 2D- Modell. Schubverformungen innerhalb der Querschnittsfläche treten aufgrund der groben Diskretisierung in diesem Modell nicht auf. Die beinahe identischen Arbeitslinien aus den numerischen Berechnungen belegen dies.

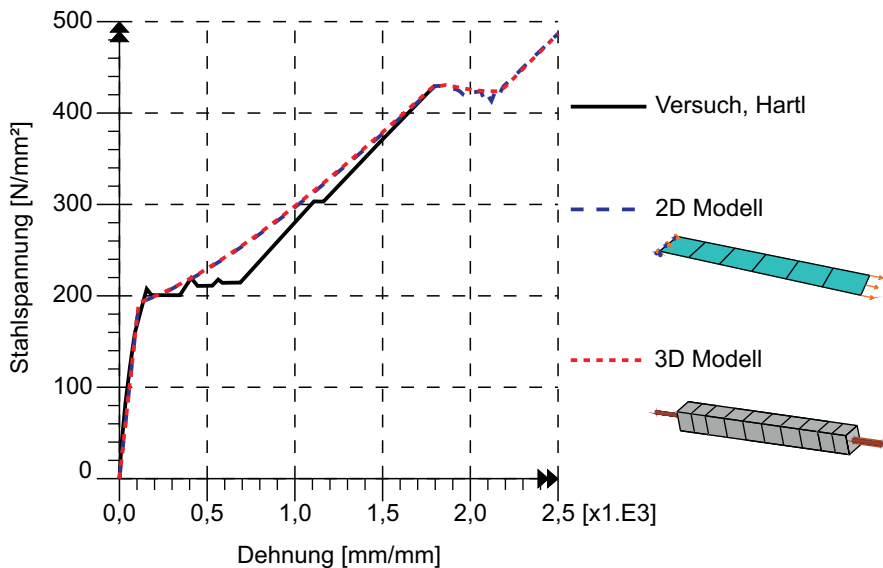


Abb. 5.13.: Vergleichende Gegenüberstellung der mit 2D- und 3D- Modellen berechneten Arbeitslinien und den experimentell Ergebnissen nach Hartl [Har77]

5.4.3. Einfluss der Diskretisierung von 3D- Modellen auf das Tragverhalten

Je feiner das räumliche 3D-Modell diskretisiert wird, umso genauer können Spannungs- und Dehnungsunterschiede abgebildet werden. Der Zugstab wird daher in einer weiteren Berechnung fein vernetzt. Die punktuelle Krafteinleitung durch den Bewehrungsstab in die Betonelemente kann somit durch das Modell beschrieben werden. Der Ansatz des Tension-Stiffening, der bislang ohne Anpassung auf die 3D- Untersuchungen angesetzt worden ist, setzt jedoch die Annahme voraus, dass das Tension-Stiffening im gesamten Querschnitt gleichmäßig wirkt. Die äußeren Bereiche des Zugstabes entziehen sich jedoch ihrer Tragwirkung und tragen somit nicht zum Gesamttragverhalten bei.

In Abbildung 5.14 sind die Arbeitslinien der experimentellen Untersuchung und der numerischen Simulation gegenübergestellt. Bis zur Erstrissbildung bei einer Spannung von $\approx 200 \text{ N/mm}^2$ verläuft der Graph der drei Linien nahezu identisch. Das Tragverhalten bis zur Rissbildung verläuft erwartungsgemäß nahezu linear elastisch. Bei weiterer

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen

Laststeigerung nimmt die Rissbildung sukzessive bis zum abgeschlossenen Rissbild zu. Das Diagramm des fein vernetzten Modells liegt deutlich unterhalb der experimentell ermittelten Kurve, während das mit einem Element diskretisierte Modell das Tragverhalten sehr gut abbildet. Besonders auffällig ist der starke Steifigkeitsabfall der Linie nach Erreichen der Erstrissspannung. Offenbar führt die Einleitung einer im Verhältnis zur Elementgröße des Betons großen Kraft im Bewehrungsstab zu einem lokalen Versagen des Elements. Umliegende Betonelemente werden somit nicht zur Tragwirkung herangezogen.

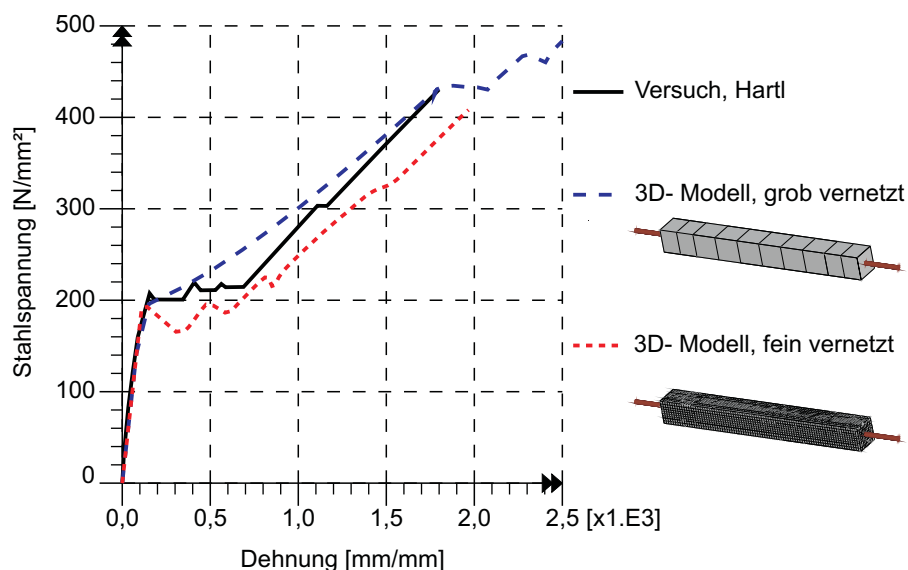


Abb. 5.14.: Tragverhalten eines Zugstabes nach Hartl- Experiment und 3D- Simulation mit unterschiedlich feiner Diskretisierung

5.5. Vereinfachungen und deren Auswirkungen auf das simulierte Tragverhalten in räumlichen FE- Modellen

Die Untersuchungen im vorherigen Abschnitt haben gezeigt, dass die Krafteinleitung des Betonstahls in die Betonstruktur weiterer Untersuchungen bedarf. Die Einleitung einer konzentrierten Kraft in den Betonkörper mit entfestigendem Werkstoffverhalten stellt offenbar ein Problem dar. Aufgrund der Größenverhältnisse in schwach bewehrten Bauteilen und des hohen Modellierungs- und Rechenaufwands wird die Bewehrung auch in dreidimensionalen FE- Berechnungen häufig vereinfacht mit eindimensionalen *truss*- Elementen abgebildet. Die Querschnittsfläche der Bewehrung wird somit nicht geometrisch erfasst, sondern in den Eigenschaften des *truss*- Elements definiert. Je nach Größenverhältnis von Bewehrungselement und Betonelement kann diese Art der Modellierung dazu führen, dass die Kraft im Bewehrungsstab trotz Annahme eines starren Verbundes nicht vollständig in den Beton eingeleitet werden kann, da dieser

zuvor lokal versagt. Das Tragverhalten wird in diesem Fall deutlich zu weich abgebildet, da im Falle des Zugstabes Betonelemente im Randbereich nicht zur Tragwirkung herangezogen werden.

Um diesen Sachverhalt genauer zu untersuchen, wird im Folgenden ein Modell aufgestellt, in dem auch die Bewehrung unter Berücksichtigung einer wirklichkeitsnahen Geometrie erfolgt. Die Detailuntersuchung berücksichtigt die Rippengeometrie originalgetreu. Die Rippen werden in einem Winkel von 60° im Modell berücksichtigt. Die Rippenhöhe wird im Modell entsprechend der in Tabelle 5.2 angegebenen Werte berücksichtigt. Zwischenwerte werden quadratisch interpoliert.

Tab. 5.2.: Geometriewerte der räumlich modellierten Rippen nach DIN 488-3 [DIN09]

Nenn Durchmesser	6.000 [mm]
Rippenhöhe in der Mitte	0.350 [mm]
Rippenhöhe in den Viertelspunkten	0.300 [mm]
Kopfbreite	0.600 [mm]
Rippenabstand	5.000 [mm]
bezogene Rippenfläche	0.039 [-]

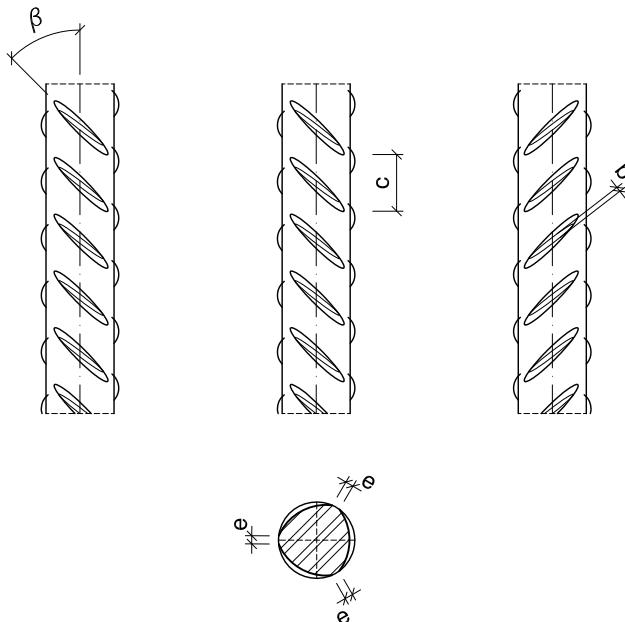
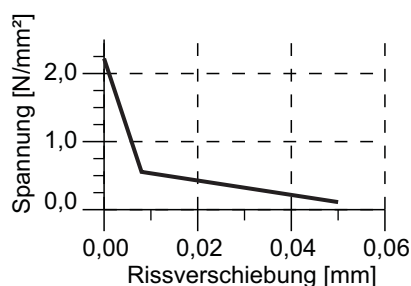


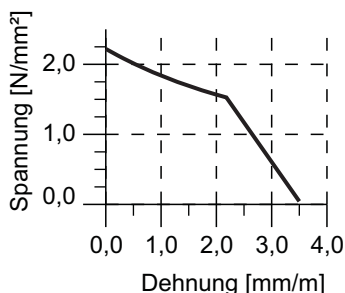
Abb. 5.15.: Schema des modellierten Betonstahls B500A

In Abbildung 5.15 ist das Schema eines Bewehrungsstabes mit den zugehörigen Maßskizzen abgebildet. Die Rippenbreite wird näherungsweise über die gesamte Länge

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen



(a) Nachbruchverhalten des unbewehrten Betons



(b) Nachbruchverhalten des bewehrten Betons

Abb. 5.16.: Modell zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens von bewehrtem und unbewehrtem Beton

als konstant angenommen. Gegenüber der vorherigen Untersuchung wird der Bewehrungsstahl auf einen Durchmesser von 6 mm reduziert. Hierdurch soll eine Übertragung der Ergebnisse auf die Untersuchung von zweiachsig gespannten Platten ermöglicht werden (vgl. Kap. 7). Zusätzlich werden Hohlstellen im Modell berücksichtigt, um Fehlstellen infolge von Querbewehrung zu simulieren. Das Betonvolumen des Modells umgibt den Bewehrungsstahl ideal, d.h. ohne Fehlstellen. Um die Geometrie möglichst exakt abbilden zu können, wird das Volumen im Bereich großer Krümmungen sehr fein diskretisiert. Die im Modell definierten Werkstoffkennwerte des Betons sind in Abbildung 5.16 angegeben. Die Krafteinleitung in den Beton erfolgt ausschließlich über die Rippenflächen der Bewehrung auf Druck. Aufgrund des idealen Verbundes tritt kein Schlupf zwischen den beiden Verbundpartnern auf. Die Verbundspannungen werden somit ausschließlich infolge der geometrischen Verzahnung aktiviert (vgl. Abb. 5.17). Um die Komplexität des vorliegenden Modells nicht unnötig zu steigern, wird der Bewehrungsstahl als linear elastisch angenommen. Der Einfluss plastischer Dehnungen auf das Verbundverhalten wird somit in diesem Modell vernachlässigt. Die Wahl des Bewehrungsdurchmessers von 6 mm bei ansonsten unveränderten Querschnittswerten des Betons führt zu einem sehr geringen Bewehrungsgrad, so dass die Stahlspannungen in der Simulation die reale Zugfestigkeit deutlich überschreiten. Die

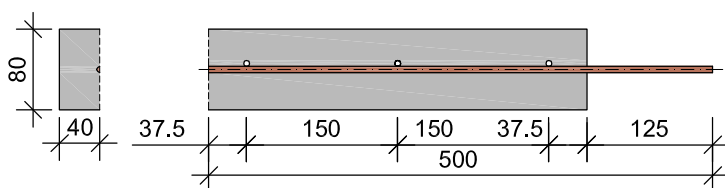


Abb. 5.17.: Systemskizze des Verbundmodells

Abbildungen 5.18 und 5.19 zeigen Detailaufnahmen der Modellgeometrie. Die exakte Darstellung der Rippenform und der entsprechenden Aussparungen in der Modellgeometrie des Betons sind deutlich zu erkennen. Die Verbundtragfähigkeit wird somit

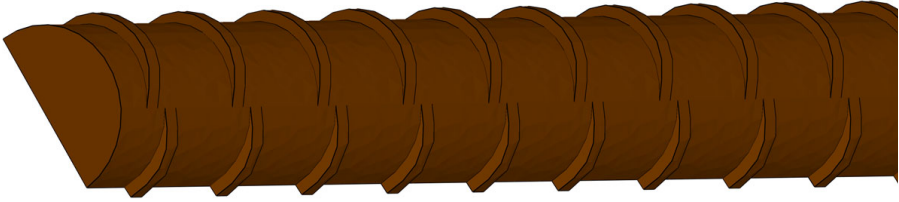


Abb. 5.18.: Detail: Ausbildung der Betonstahlrippen im Modell des räumlich diskretisierten Bewehrungsstabes

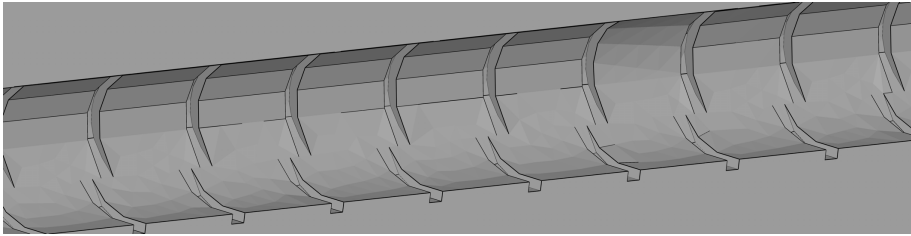


Abb. 5.19.: Detail: Ausbildung der Rippen im Beton als Negativform

ausschließlich über die Kontaktflächen der Rippen sichergestellt. Hierzu sind spezielle Kontaktelemente verwendet worden, die nur Druckkräfte übertragen können. Die Vernetzung der Rippen und Aussparungen im Detail sowie die Darstellung der eingesetzten Verbundelemente ist in den Abbildungen 5.20 und 5.21 gezeigt. Aufgrund der

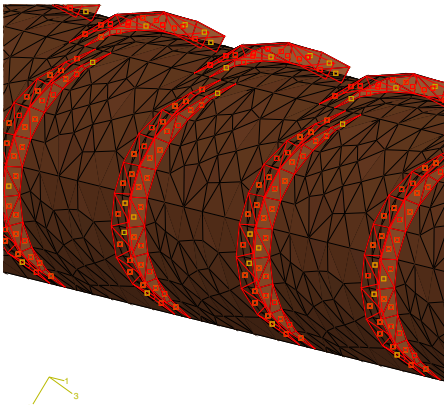


Abb. 5.20.: Detail: Kontaktflächen der modellierten Rippen rot markiert

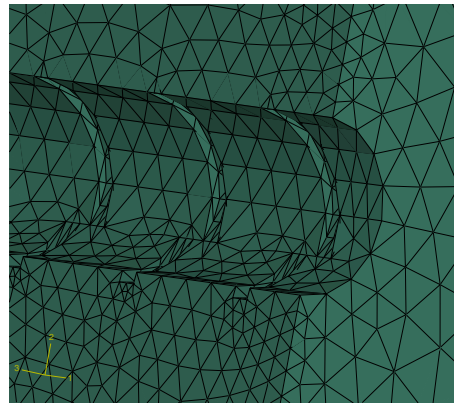


Abb. 5.21.: Detail: Aussparungen im Beton für modellierte Rippen

Komplexität der Modellgeometrie erfolgt die Vernetzung ausschließlich mit Tetraederelementen. Um das Rissverhalten im Einleitungsbereich möglichst exakt abbilden zu können, ist das Modell hier besonders fein diskretisiert worden. Zum Rand hin sind deutlich größere Tetraederelemente verwendet worden, um die Modellgröße nicht unnötig zu erhöhen. Das gesamte Modell ist unter Berücksichtigung der doppelten Symmetrie erstellt worden. Die Lagerungs- und Randbedingungen sind Abbildung 5.22 zu

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen

entnehmen. Das komplette Modell besteht aus ca. 520.000 Elementen mit insgesamt

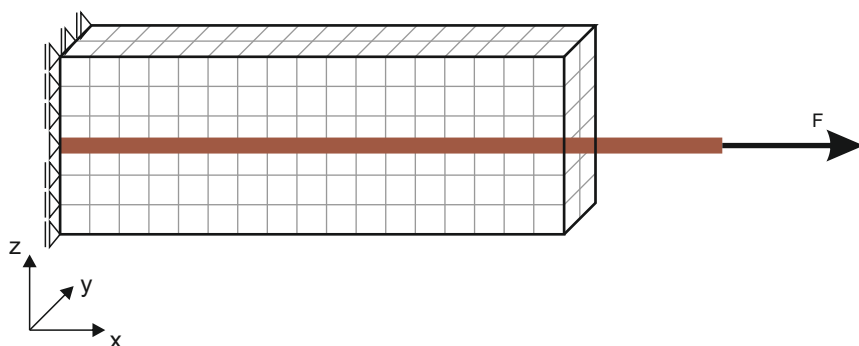


Abb. 5.22.: Schematische Darstellung der Lagerungsbedingungen und der Belastung des Modells unter Berücksichtigung der doppelten Symmetrie. Die Lagerungsbedingungen der xz-Ebene sind nicht dargestellt.

ca. 338.000 Variablen. Aufgrund des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Betons und der im Modell berücksichtigten Kontaktbedingungen waren insgesamt 730 Iterationen erforderlich. Auf einem Arbeitsplatzrechner mit einem Dualcore-Prozessor mit 2.6 GHz Taktfrequenz hat die Berechnung ca. 21 Stunden gedauert.

Das simulierte Tragverhalten des Zugstabs ist in Abbildung 5.23 dargestellt. Auf der linken Seite der Abbildungen sind maximale Hauptspannungen unter steigender Beanspruchung abgebildet. Auf der rechten Seite des Diagramms sind plastische Hauptdehnungen zur entsprechenden Laststufe dargestellt. Die Kraft des Bewehrungsstabs wird von rechts in das Modell eingeleitet. Zunächst erfolgt die Krafteinleitung nahezu schädigungsfrei. Die Kraft wird über die formschlüssige Verbindung in den Beton eingeleitet bis die Zugfestigkeit erreicht wird und sich erste Risse bilden. Im Einleitungsbereich ist die örtliche Beanspruchung sehr hoch, so dass bereits in Inkrement 15 bei einer Beanspruchung von 6.57 kN erste Risse im Verbundbereich entstehen. Die Spannungen im gerissenen Bereich lagern sich in benachbarte Bereiche um. Das Rissverhalten kann indirekt über plastische Dehnungen abgebildet werden. Ungerissene Bereiche sind in der rechten Abbildung mit blau gekennzeichnet. Der Farbverlauf von grün nach rot zeigt die Zunahme des Risswachstums an. Eine Rissbreite kann aufgrund des verschmierten Ansatzes im Betonmodell nicht ermittelt werden. Um das Tragverhalten des untersuchten Zugstabs vergleichen zu können, werden Referenzuntersuchungen an 2D-Modellen nach Kapitel 5 durchgeführt. Die berechneten Arbeitslinien sind in der Abbildung 5.24 für zwei 2D Modelle mit und ohne Tension-Stiffening sowie ein 3D-Modell ohne Tension-Stiffening gegenübergestellt. Die Betonstahlspannungen des 2D-Modells fallen mit Erreichen der Risslast deutlich ab. Die Betonstahlspannungen der beiden anderen Modelle steigen weiter an, wenn auch aufgrund der Rissbildung im Betonquerschnitt mit deutlich geringerer Steigung. Die Berücksichtigung des Tension-Stiffening versteift somit den Stahlbetonzugstab *künstlich*. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, die die Steifigkeitssteigerung bewirkt, wird näherungsweise erzeugt. Im 3D-Modell erzeugen die geometrisch abgebildeten Betonstahlrippen einen rotationssymmetrischen Spannungszustand. Örtlich vorhandene Spannungen in Höhe der Betonzugfestigkeit führen zu Mikrorissbildung und zu einer Umlagerung der

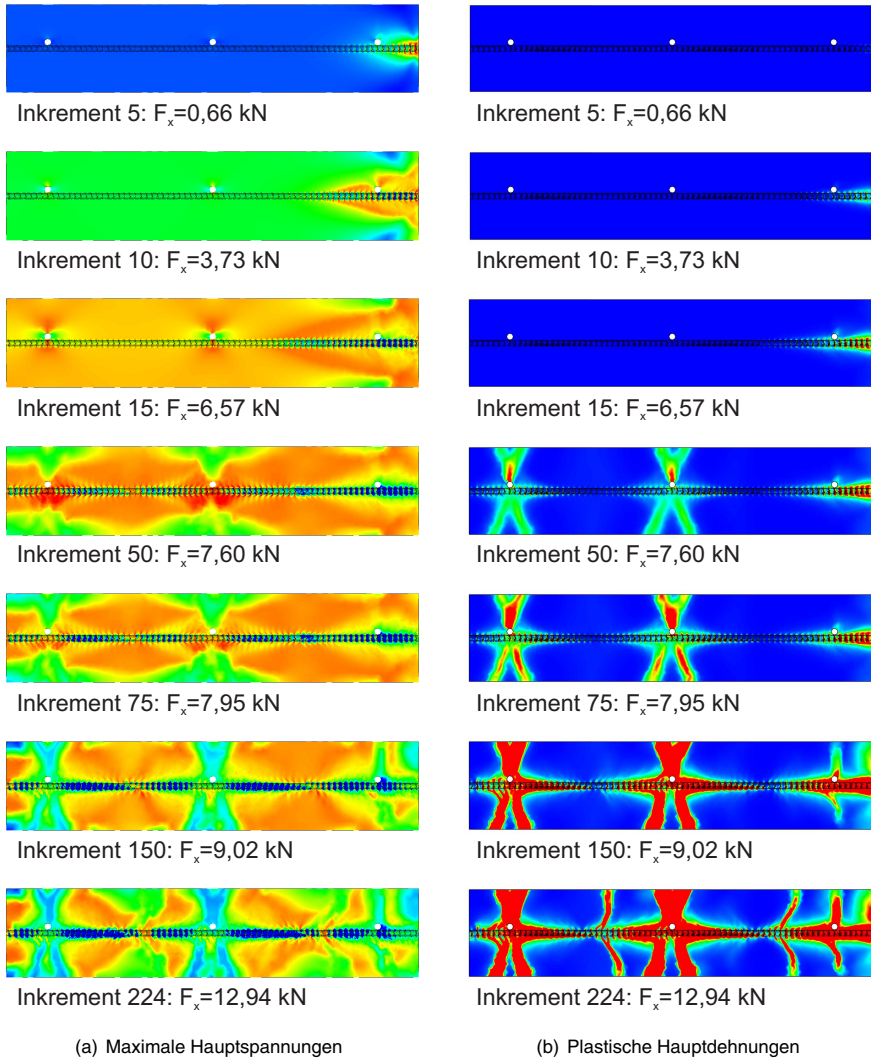


Abb. 5.23.: Tragverhalten eines Stahlbetonzugstabes – Gegenüberstellung der Spannungs- und Rissentwicklung unter steigender Beanspruchung

Betonspannungen in noch ungerissene Querschnittsbereiche und in den Betonstahl. Die Steifigkeit des 3D-Modells bleibt auch bei weiterer Laststeigerung näherungsweise konstant. Wird die Geometrie eines Stahlbetonbauteils wirklichkeitsnah unter Berücksichtigung der Betonstahlrippen modelliert, so wird das Verbundverhalten im Modell simuliert. Eine näherungsweise Abbildung des Verbundverhaltens durch das Tension-Stiffening im Werkstoffmodell ist somit unnötig.

Aufgrund des hohen Modellierungs- und Rechenaufwands kommt eine wirklichkeitsnahe Abbildung der Betonstahlrippen jedoch allenfalls bei der Untersuchung von Detailproblemen zum Einsatz. Im folgenden soll daher ein Ansatz entwickelt werden, der

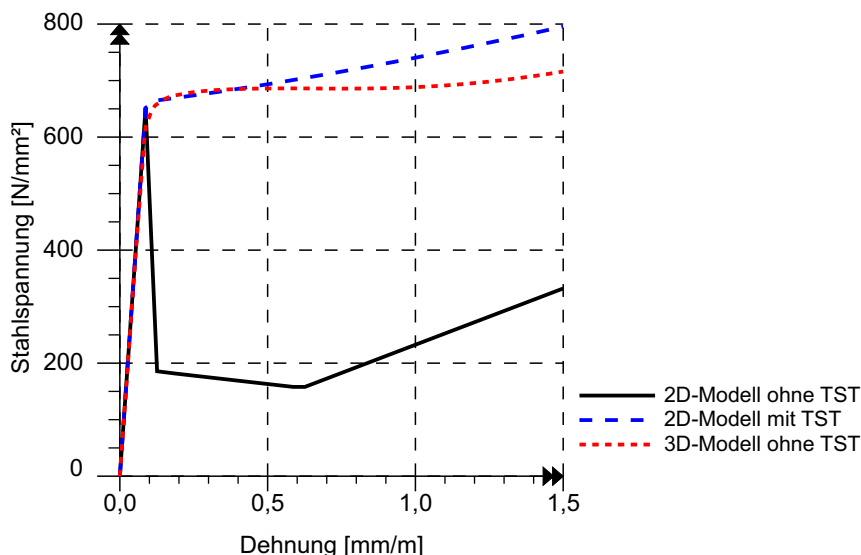


Abb. 5.24.: Stahlbetonzugstab: Einfluss geometrisch modellierter Rippen auf das Tragverhalten – Vergleich berechneter Arbeitslinien mit und ohne Tension-Stiffening

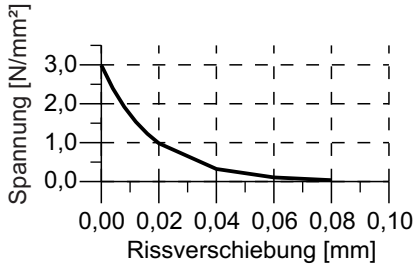
bei der Modellierung der Bewehrung mit 1D-Stabelementen einen vergleichsweisen dreidimensionalen Spannungszustand im Beton erzeugt, wie er in dem Modell mit den Rippen gezeigt wurde.

5.6. Berechnungsmodell zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening Effektes in 3D- FE- Berechnungen

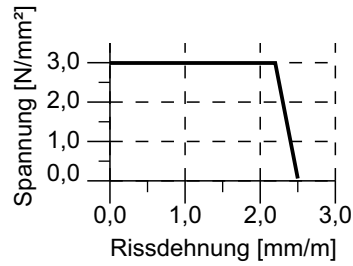
In diesem Abschnitt soll nun ein Modell entwickelt werden, das es ermöglicht auch bei der Abbildung der Bewehrung mit Stabelementen einen dreidimensionalen Spannungszustand im Beton zu erzeugen. Die punktuelle Einleitung vergleichsweise hoher Lasten durch den Betonstahl, soll durch eine entsprechende Modifikation des Tension-Stiffening Ansatzes ermöglicht werden.

Die Größe des Tension-Stiffening Effekts hängt maßlich von der Entfernung der jeweiligen Stelle im Bauteil zur Bewehrung ab. Um diesen Sachverhalt im Modell näherungsweise berücksichtigen zu können, wird der Beton in zwei Bereiche eingeteilt. Das Tragverhalten des Betons in unmittelbarer Nähe zur Bewehrung wird maßgebend durch das Werkstoffverhalten der Bewehrung beeinflusst. In diesem Bereich wird die zugversteifende Wirkung des Betons zwischen den Rissen angesetzt. Der unbewehrte Bereich erfährt lediglich einen geringen Einfluss durch die Bewehrung und wird daher mit den Eigenschaften eines Normalbetons im Modell berücksichtigt. Die erforderliche Schichtdicke wird mit dem dreifachen Stabdurchmesser angegeben. Dies entspricht ungefähr einer Dicke, die auch von Goto in experimentellen Untersuchungen ermittelt worden ist [GO79].

Der Querschnitt des im vorherigen Kapitel untersuchten Zugstabs wird nun gemäß Abbildung 5.9 gedanklich in einen bewehrten und einen unbewehrten Bereich eingeteilt. Für den inneren bewehrten Bereich wird der Tension-Stiffening Effekt nun konzentriert angesetzt. Es wird angenommen, dass die Betonzugspannungen mit Erreichen der



(a) Nachbruchverhalten des unbewehrten Betons



(b) Nachbruchverhalten des bewehrten Betons

Abb. 5.25.: Modell zur Beschreibung des Nachbruchverhalten von bewehrtem und unbewehrtem Beton

Risslast im Rissquerschnitt nicht schlagartig abfallen, sondern dass die Spannungen bis zum Erreichen der Streckgrenze des Stahls konstant bleiben. Diese Annahme ist somit ein Modell, um den räumlichen Spannungszustand der sich aufgrund der vereinfachten Abbildung der Geometrie nicht einstellen kann, zu kompensieren. Aufgrund der Annahme ideal-plastischen Werkstoffverhaltens können weitere Betonelemente zur Abtragung der Last herangezogen werden. Das in den beiden Querschnittsbereichen angesetzte Werkstoffverhalten ist in Abbildung 5.25 dargestellt.

Der Einfluss dieses Ansatzes auf das Tragverhalten wird im Folgenden anhand des Stahlbetonzugstabes nach Hartl untersucht. Das Modell wird im Querschnitt mit 7x7 Elementen mit quadratischem Ansatz und voller Integration diskretisiert. Im inneren Bereich wird das Werkstoffverhalten des Betons mit Tension-Stiffening definiert. Für den äußeren Bereich wird nur die entfestigende Wirkung eines Normalbetons angesetzt (Tension-Softening) (vgl. Abb. 5.26). Zum Vergleich wird eine Variante dieses Modells herangezogen in der ein über die gesamte Querschnittsfläche konstanter Tension-Stiffening Ansatz nach Winkler berücksichtigt wird (vgl. Abb. 5.27). In Abbil-

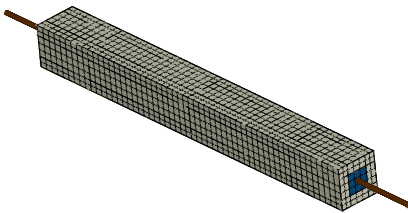


Abb. 5.26.: FE-Modell, Bereich mit Tension-Softening (grau) und Tension-Stiffening (blau)

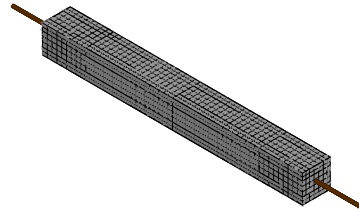


Abb. 5.27.: Ansatz des Tension-Stiffening nach Winkler im gesamten Querschnitt, hier grau dargestellt

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen

Abbildung 5.28 zeigt die berechneten Arbeitslinien für die unterschiedlichen Zugstabmodelle gegenübergestellt. Bis zur Risslast zeigen alle Modelle nahezu das gleiche Tragverhalten. Oberhalb der Risslast fällt die Steifigkeit im Modell mit gleichmäßig verteiltem Tension-Stiffening deutlich ab. Erst ab einer Dehnung von ca. 3,5 ‰ steigt die Steifigkeit erneut an bis sich der nächste Riss bildet. Im Modell mit konzentriertem Tension-Stiffening Ansatz in Bewehrungsnähe wirkt sich die Annahme ideal-plastischen Verhaltens im Rissbereich günstig aus. Die Steifigkeit vom Erstriss bis zum abgeschlossenen Bereich schwankt nur geringfügig und stimmt sehr gut mit den experimentell ermittelten Werten überein. Bei Beanspruchungen oberhalb des abgeschlossenen Rissbildes wird das Tragverhalten durch beide Modelle gut simuliert.

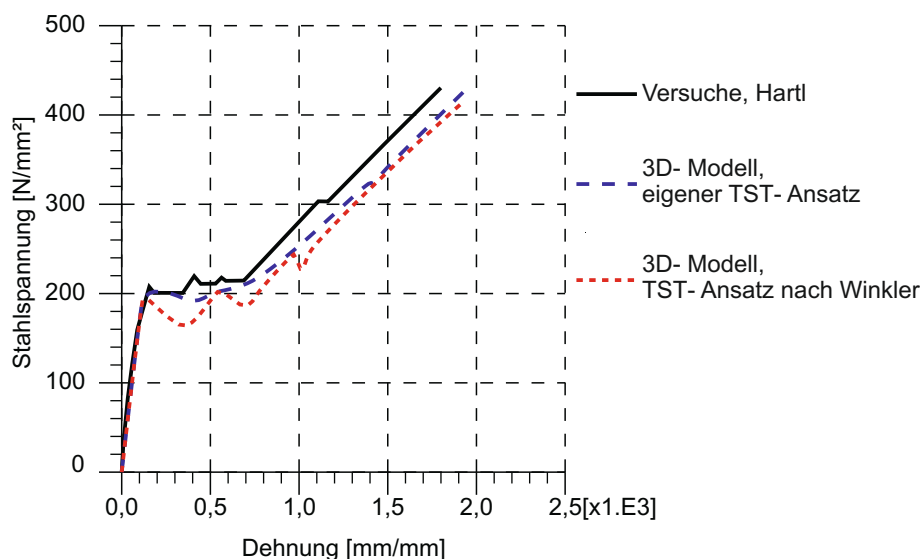


Abb. 5.28.: Tragverhalten eines Zugstabes nach Hartl: Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zu 3D- Simulation mit eigenem TS- Ansatz und dem TS-Ansatz nach Winkler

Es zeigt sich, dass der Ansatz nach Winkler [Win01], der für 2D-Berechnungen entwickelt wurde, in 3D-Berechnungen die Steifigkeit des Modells mit Erreichen der Risslast unterschätzt. In einer 2D-Simulation sind die Dehnungen über die gesamte Querschnittshöhe konstant. Der im Werkstoffmodell definierte Tension-Stiffening-Ansatz versteift das System über die gesamte Querschnittsfläche gleichermaßen. In der dreidimensionalen Simulation sind die Dehnungen nicht gleichmäßig über den Querschnitt verteilt. Die Randbereiche des Betonquerschnitts entziehen sich ihrer Tragwirkung. Das im Werkstoffmodell definierte Tension-Stiffening versteift den Zugstab somit ausschließlich in unmittelbarer Nähe zur Bewehrung. Dies führt mit Erreichen der Risslast zu einer Steifigkeitsabnahme des Stahlbetonzugstabes. Im Vergleich hierzu werden die unterschiedlichen Dehnungsbereiche durch das eigene Modell berücksichtigt. Die Arbeitslinie des eigenen Modells bildet auch nach Erreichen der Risslast das Tragverhalten des experimentellen Zugstabes nach Hartl gut ab.

5.7. Nachrechnung einer Platte zur Absicherung des entwickelten Tension-Stiffening-Ansatzes

5.7.1. Allgemeines

Experimentelle und numerische Untersuchungen an Stahlbetonplatten sind von Pardey [Par94] am Institut für Massivbau der Universität Hannover durchgeführt worden. In der Versuchsreihe ist die Anwendbarkeit der Bruchlinientheorie bei Rippenstählen mit normaler Duktilität an rechteckigen Stahlbetonplatten mit verschiedenen Bewehrungsgraden unter gleichmäßiger Belastung untersucht worden (vgl. Abb. 5.29).

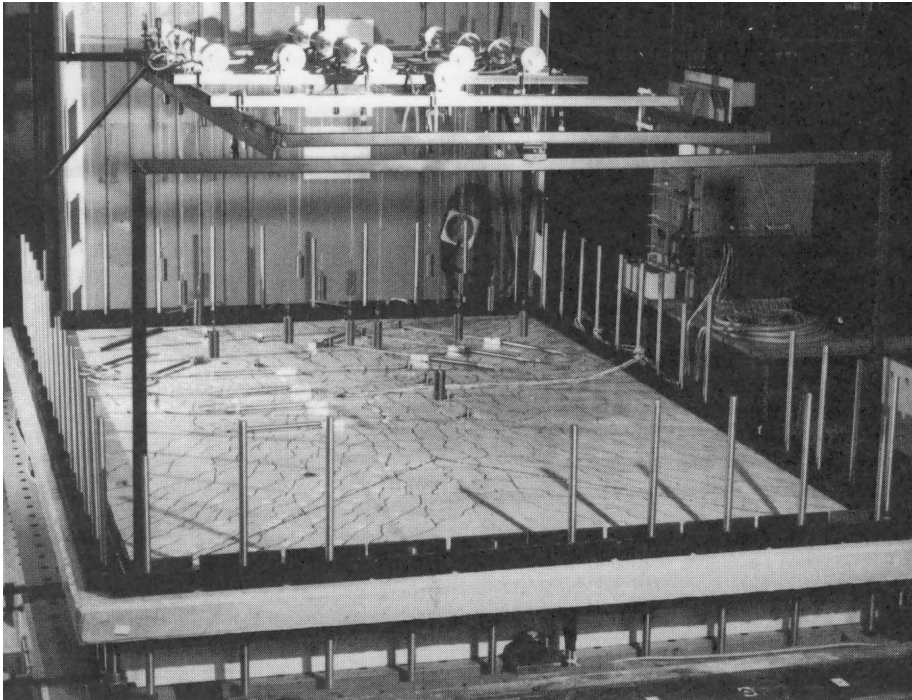


Abb. 5.29.: Versuchsaufbau mit Gewindestangen zur Plattenrandverankerung nach Pardey [Par94]

Insgesamt sind in dieser Versuchsreihe vier Stahlbetonplatten mit verschiedenen Bewehrungsführungen im Modellmaßstab 1:2 untersucht worden. Einen Maßstabseffekt der experimentellen Untersuchung schließt Pardey [Par94] aufgrund des großen Verhältnisses aus. Weitere Überlegungen zum Maßstabseffekt werden nicht angestellt. Bei zwei der vier Versuchsplatten ist bewusst auf eine Bewehrungsführung nach Elastizitätstheorie verzichtet worden, um eine Spannungumlagerung infolge von Rissbildung zu erzwingen. Die beiden anderen Platten sind nach Elastizitätstheorie bewehrt worden. Im Folgenden werden die experimentellen Untersuchungen der Versuchsplatte 1/2 von Pardey [Par94] verwendet, um den in Abschnitt 5.6 entwickelten Ansatz zur Beschreibung des Tension-Stiffening zu verifizieren.

5.7.2. Versuchsaufbau und Werkstoffkennwerte

Die Versuchsplatte hatte eine Spannweite von 3,00 m in x- sowie 2,00 m in y-Richtung. Die gleichmäßige Belastung der Platte ist über ein Druckkissen aus Gummi aufgebracht worden. Der Druck konnte exakt durch Anheben eines Wasserbehälters mit Freispiegel eingestellt werden. Um die Rissentwicklung der Stahlbetonplatten gut beobachten zu können, zeigte die Zugseite der Platten nach oben. Die Ränder der Versuchsplatten sind ringsum auf Zentrierleisten gelenkig gelagert und gegen das Spannfeld der Versuchshalle verankert worden. Damit ist ein Abheben der Platte von der Auflagerkonstruktion im Eckbereich verhindert worden.

Die Bewehrung der 87 mm starken Platte ist randparallel verlegt und ungestaffelt bis zu den Rändern geführt worden. Zusätzlich sind in den Ecken sowohl auf der Ober- als auch auf der Unterseite randparallele Eckzulagen eingelegt worden. Ringsum erfolgt die Verankerung der Bewehrung durch zusätzlich eingelegte Steckbügel und Querstäbe hinter der Auflagerlinie. Die Versuchsplatte weist in Hauptrichtung (y- Richtung) einen Bewehrungsgrad von $\rho = 0,47\%$ und in Nebenrichtung (x- Richtung) einen Bewehrungsgrad von $\rho = 0,22\%$ auf. Die Bewehrung ist als Stabstahl mit einem Durchmesser von 7,24 mm in Haupt- sowie 6,06 mm in Nebenrichtung ausgeführt worden. Eine Zusammenfassung der Querschnittswerte und Anordnung der Plattenbewehrung ist in Tabelle 5.3 angegeben.

Tab. 5.3.: Platte 1/2: Querschnittswerte und Anordnung des Betonstahls nach Pardey [Par94]

Plattenstärke	d	mm	87,00
Bewehrung in y- Richtung	\varnothing	mm	7,24
Querschnitt	a_{sy}	cm^2/m	4,12
Statische Höhe	d_y	cm	7,34
Abstand	s_y	cm	10,00
Bewehrung in x- Richtung	\varnothing	mm	6,04
Querschnitt	a_{sx}	cm^2/m	1,91
Statische Höhe	d_x	cm	6,67
Abstand	s_x	cm	15,00

Die Werkstoffkennwerte der verwendeten Betonstähle sind experimentell ermittelt worden (vgl. Abschnitt 5.4 und 5.5).

Mathematisch kann die Spannungs-Dehnungslinie der Bewehrungsstähle näherungsweise durch die Funktion nach Ramberg-Osgood beschrieben werden (vgl. Gl. 5.1).

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_s}{E_{s0}} + 0,002 \cdot \left(\frac{\sigma_s}{f_{uk}} \right)^m \leq \epsilon_g \quad (5.1)$$

mit:

- E_{s0} = Ausgangs-Elastizitätsmodul
 f_{uk} = Zugfestigkeit des Betonstahls
 ϵ_g = Gleichmaßdehnung
 m = Exponent der Stahlkennlinie

Die Ausgangswerte zur Ermittlung der äquivalenten Spannungs-Dehnungsbeziehung sind in den Tabellen 5.4 und 5.5 angegeben.

Tab. 5.4.: Werkstoffkennwerte des Betonstahls in Haupttragrichtung (y)

Elastizitätsmodul Stahl	N/mm ²	186040
Streckgrenze	N/mm ²	546,3
Zugfestigkeit	N/mm ²	601,9
Stabdurchmesser (ist)	mm	7,24

Tab. 5.5.: Werkstoffkennwerte des Betonstahls in Nebentragrichtung (x)

Elastizitätsmodul Stahl	N/mm ²	187820
Streckgrenze	N/mm ²	558,3
Zugfestigkeit	N/mm ²	604,4
Stabdurchmesser (ist)	mm	6,04

Die Dehnungen des Betonstahls gehen im plastischen Bereich aufgrund der Volumenkonstanz mit einer nicht zu vernachlässigenden Einschnürung seiner Querschnittsfläche einher. Spannungen, die sich auf die aktuelle Querschnittsfläche beziehen, werden als wahre Spannungen bezeichnet. Die Umrechnung von Ingenieurspannungen in wahre Spannungen erfolgt gemäß Gleichung 5.3.

$$\epsilon_w = \ln(1 + \epsilon) \quad (5.2)$$

$$\sigma_w = \sigma(1 + \epsilon) \quad (5.3)$$

Auch für den Beton sind die wesentlichen Werkstoffkennwerte wie Druckfestigkeit, Elastizitätsmodul sowie seine Biegezugfestigkeit experimentell ermittelt worden. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 5.6 angegeben.

Tab. 5.6.: Werkstoffkennwerte des Betons nach Pardey [Par94]

Elastizitätsmodul	$E_{c,0}$	N/mm ²	26.190
Querdehnung	$\mu_{b,0}$	N/mm ²	0,20
Würfeldruckfestigkeit	β_{W20}	N/mm ²	34,4
Biegezugfestigkeit	β_{BZ}	N/mm ²	2,80

5. Entwicklung eines Tension-Stiffening Ansatzes für Stahlbeton zur räumlichen Modellierung in nichtlinearen FE-Berechnungen

Zur Beschreibung einer wirklichkeitsnahen Kennlinie des Betons wird die Spannungs-Dehnungsbeziehung gemäß DIN 1045-1 [DIN08] wie folgt definiert:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k - \eta - \eta^2}{1 + (2k - \eta)} \right) \quad (5.4)$$

mit:

$$\eta = \epsilon_c / \epsilon_1$$

$$k = -E_{c0} \cdot \epsilon_c / f_{cm}$$

Im Zugbereich erfolgt eine Umrechnung der Biegezugfestigkeit in die zur Beschreibung des Werkstoffmodells notwendige zentrische Zugfestigkeit. Für das Nachbruchverhalten des Betons werden zwei Kennlinien definiert. Das Nachbruchverhalten des unbewehrten Betons wird nach Feenstra [Fee93] im Modell berücksichtigt. Das Werkstoffverhalten des Betons in naher Umgebung zur Bewehrung wird mit dem eigenen Ansatz nach Abschnitt 5 definiert (vgl. Abb. 5.30).

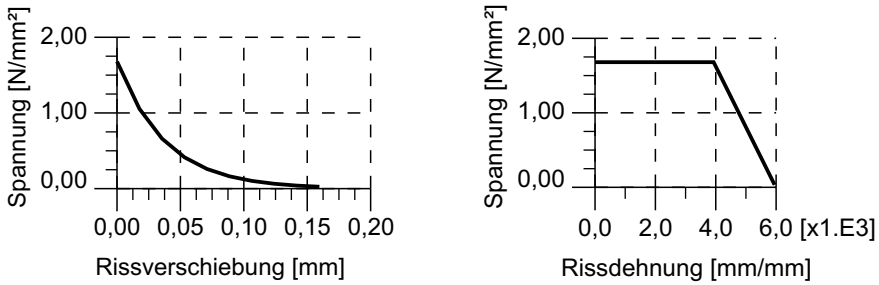


Abb. 5.30.: Im 3D-Modell berücksichtigtes Nachbruchverhalten des Betons

In zweiachsigen Spannungszuständen weicht die Bewehrungsrichtung häufig von der Hauptspannungsrichtung ab. Die effektive Dehnsteifigkeit der Bewehrung kann in diesen Fällen nach Winkler [Win01] mit folgender Transformationsbeziehung in Richtung der Rissnormalen transformiert werden (5.5).

$$E_s \rho_{eff} = \sum_{i=1}^n E_{s,i} \rho_{eff,i} \cos^4 \gamma_i \quad (5.5)$$

mit:

$$\rho_{eff} = A_s / A_{c,eff}$$

Abbildung 5.31 zeigt ein Schema zur Ermittlung der effektiven Dehnsteifigkeit in Richtung der Rissnormalen. Auch die äquivalente plastische Verzerrung ist auf die entsprechende Normalenrichtung des Risses zu beziehen (5.6).

$$\kappa_{1sy} = \frac{1}{\cos^2 \gamma_j} \cdot \frac{f_{y,j}}{E_{s,j}} \quad (5.6)$$

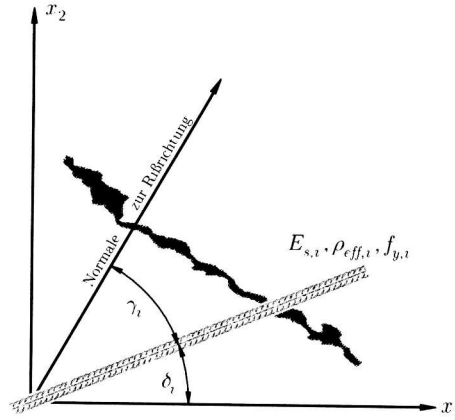


Abb. 5.31.: Schematische Darstellung zur Ermittlung der effektiven Dehnsteifigkeit der Bewehrung in Richtung der Rissnormalen nach Winkler [Win01]

Vecchio und Collins [VC82] haben gezeigt, dass die jeweils stärkere Bewehrungslage das Tension-Stiffening maßgebend beeinflusst. Die Transformation ist somit für die Bewehrung durchzuführen, die den größten Anteil zur Dehnsteifigkeit des Querschnitts beiträgt.

5.7.3. Modellbildung

Das dreidimensionale Modell wird mit Volumenelementen zur Beschreibung der Betoneigenschaften mit den zuvor angegebenen Abmessungen wirklichkeitsnah abgebildet. Im Folgenden werden die wesentlichen Modelleigenschaften zusammengestellt und erläutert. Eine ausführliche Beschreibung zu Besonderheiten bei der wirklichkeitsnahen Modellierung von Stahlbetonplatten folgt in Kapitel 7. Der Beton wird gemäß Abschnitt 5.6 in bewehrte und unbewehrte Bereiche eingeteilt. Die effektive Schichthöhe in der sich die Bewehrung günstig auf das Zugtragverhalten des Betons auswirkt wird zu $3 \cdot d$ abgeschätzt (vgl. Abschnitt 5.6). Es ergeben sich somit zwei maßgebende Bereiche auf der gesamten Zugseite sowie plattenoberseitig im Eckbereich, in denen sich die Bewehrung günstig auf das Nachbruchverhalten des Betons auswirkt. Abbildung 5.32 zeigt das dreidimensionale Berechnungsmodell in denen das unterschiedliche Werkstoffverhalten farblich gekennzeichnet ist. Der rote Bereich kennzeichnet das Werkstoffverhalten des unbewehrten Betons. Der blaue Bereich berücksichtigt den bewehrten Teil.

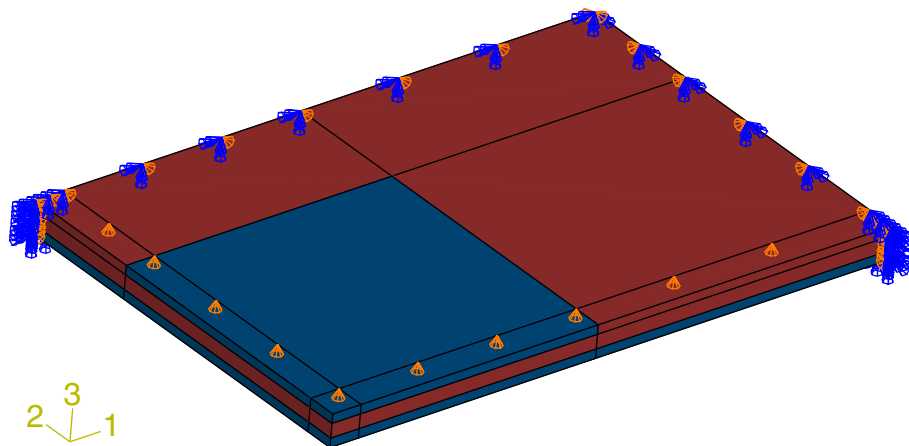


Abb. 5.32.: 3D- Modell eines Platten Viertels - Bereiche mit unterschiedlich definiertem Nachbruchverhalten und Lagerungsbedingungen

Die Bewehrung wird durch diskret modellierte Stabelemente im Modell berücksichtigt (vgl. Abb. 5.33). Das Materialverhalten der Bewehrungsstäbe wird gemäß den experimentell ermittelten Werten durch ein elasto-plastisches Materialmodell beschrieben. Die Lagerung der Platte erfolgt entlang ihrer Auflagerlinien vertikal unverschieblich. Unter Berücksichtigung der doppelten Plattensymmetrie wird die Platte in x- und y-Richtung in ihren Symmetrieebenen gelagert.

Die numerischen Untersuchungen sind kraftgesteuert unter Verwendung des Modifizierten Newton-Raphson-Verfahrens durchgeführt worden. Eine weggesteuerte Berechnung der Plattenstruktur wäre aufgrund ihrer komplexen, von der jeweiligen Laststufe abhängigen Verformungsfigur nur mit großem Mehraufwand an Rechenleistung möglich gewesen.

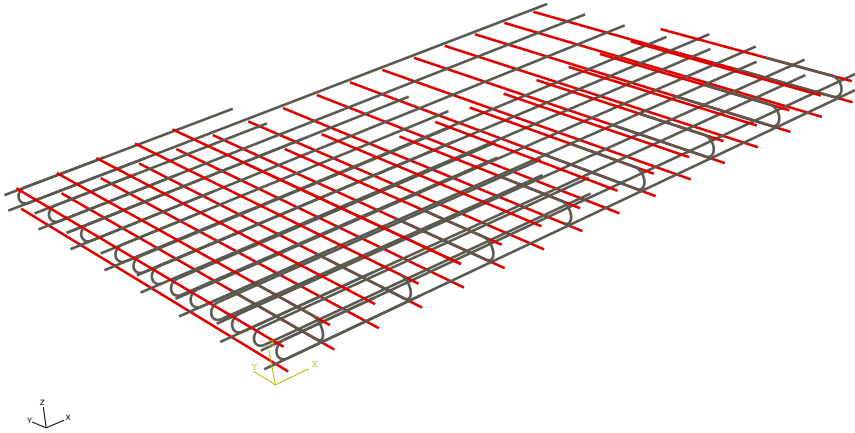


Abb. 5.33.: Mit Stabelementen diskretisierte Bewehrung

5.7.4. Numerische Simulation

Die ersten Risse bilden sich sowohl im Experiment als auch in der numerischen Simulation in Feldmitte senkrecht zur größten Hauptzugspannung. Eingeleitet werden die Risse, wie bereits beim Zugstab gesehen, durch die Querschnittsschwächung infolge der eingelegten Nebenbewehrung. Bei steigender Beanspruchung wachsen die Risse von der Plattenmitte bis zum Randbereich schnell an. Bei einer Beanspruchung von 52 kN/m^2 kann man bereits von einem abgeschlossenen Rissbild sprechen. Die Rissbilder dieser Laststufe der numerischen Simulation und des Experiments sind in Abbildung 5.34 gegenübergestellt.

Im Modell können die Risse indirekt über plastische Hauptdehnungen dargestellt werden. Die Risse verlaufen in Plattenmitte zunächst parallel zur längeren Seite und dann in einem Winkel von ca. 45° in Richtung Plattenecke. Sowohl im Modell als auch im Experiment sind die entstehenden Fließzonen deutlich zu erkennen.

Infolge der Drillbeanspruchung in der Plattenecke entstehen auf der Plattenoberseite und an den Stirnflächen der Platte Hauptzugspannungen. Aufgrund der vertikal unverschieblich gehaltenen Ecke entstehen somit auch in diesen Bereichen Risse. Das Rissbild auf der Plattenoberseite bei einer Beanspruchung von 52 kN/m^2 ist in Abbildung 5.35 dargestellt.

In Abbildung 5.36 werden die Last- Verschiebungslinien der Plattenmittelpunkte aus räumlicher numerischer Simulation und den experimentellen Werten verglichen. Das experimentell ermittelte Tragverhalten stimmt bis zu einer Belastung von 50 kN/m^2 gut mit dem berechneten Tragverhalten überein. Ein wesentlicher Parameter in der Simulation des Tragverhaltens von Stahlbetonstrukturen ist die Zugfestigkeit. In der Beschreibung des Werkstoffmodells ist die zentrische Zugfestigkeit des Betons zu definieren.

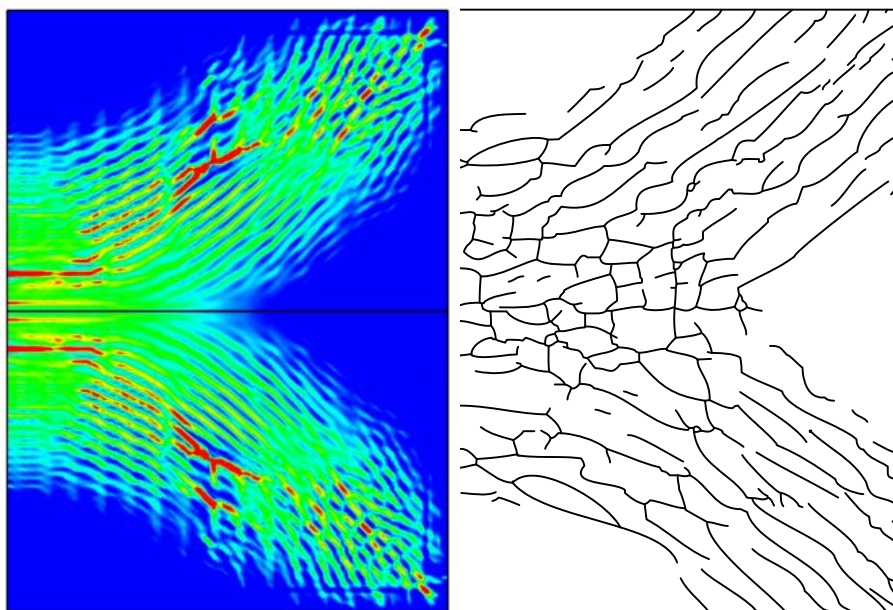


Abb. 5.34.: Vergleich der Rissbilder aus eigener 3D- Simulation und Experiment nach Pardey bei einer konstanten Flächenlast von 52 kN/m^2

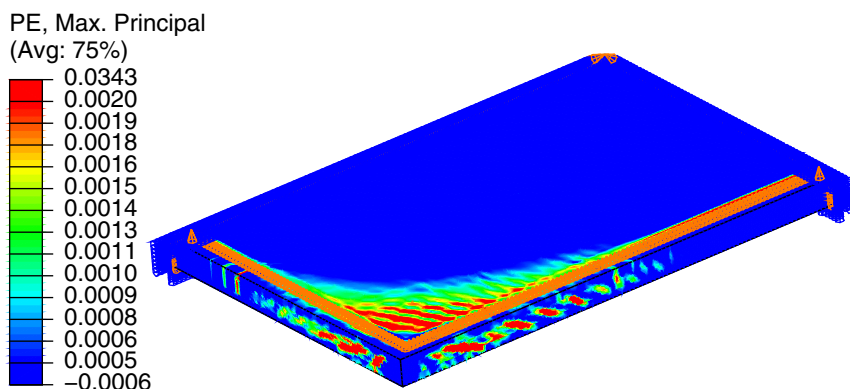


Abb. 5.35.: Rissbild auf der Plattenoberseite aus eigener 3D- Simulation bei einer konstanten Flächenlast von 52 kN/m^2

Die von Pardey ermittelten Biegezugfestigkeiten sind daher in zentrische Zugfestigkeiten umgerechnet worden. Es zeigt sich, dass trotz dieser Umrechnung der Steifigkeitsabfall im Modell erst bei geringfügig höheren Laststufen als im Experiment auftritt. Eine mögliche Erklärung hierfür kann ein bereits vor Belastungsbeginn im Beton bestehender Zugspannungszustand sein. Kirschner und Collins [KC86] haben gezeigt,

dass unterschiedliches Verformungsverhalten von Beton und Betonstahl bereits während der Hydratation Zugspannungen im Beton hervorruft. In unmittelbarer Nähe zur Bewehrung konnten Spannungen bis ca. 20% der Betonzugfestigkeit gemessen werden. Die Werkstoffkennwerte werden i.d.R. jedoch an unbewehrten Proben ermittelt, so dass dieser Einfluss hier unberücksichtigt bleibt.

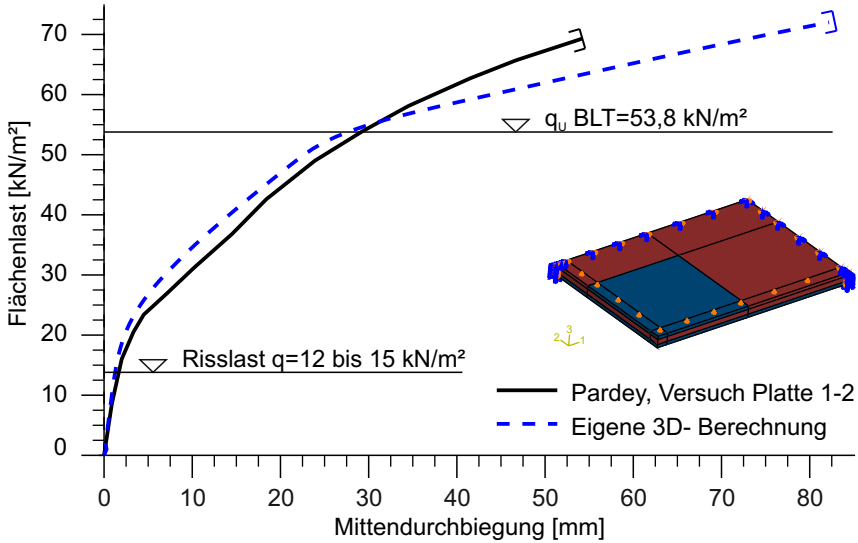


Abb. 5.36.: Last- Verschiebungsdiagramm einer zweiachsig gespannten Platte – eigene 3D-Simulation und Experiment nach Pardey

Im Bereich II des Diagramms stimmt das berechnete Tragverhalten sehr gut mit dem Experiment überein.

Erst mit Erreichen der Streckgrenze fällt die Steifigkeit des Rechenmodells stärker als im Experiment ermittelt werden konnte. Die zugversteifende Wirkung des Betons zwischen den Rissen wird im Rechenmodell mit Erreichen der Streckgrenze auf Null abgemindert, um keine überhöhte Traglast auszurechnen. In einigen Veröffentlichungen (vgl. auch [EOM98], [Kol88]) konnte jedoch gezeigt werden, dass auch oberhalb der Streckgrenze des Betonstahls trotz großer Dehnungen eine Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen festgestellt werden konnte .

6. Experimentelle Untersuchung an Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung

6.1. Zielsetzung

In den Kapiteln 1 und 2 sind bereits die Zielsetzung der durchzuführenden Versuche sowie wesentliche Grundlagen zum Tragverhalten von Stahlbeton- und Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung dargestellt worden. Im Folgenden werden zunächst Voruntersuchungen zur Ausführung der Versuchsreihe angestellt. Im Anschluss daran wird der Versuchsaufbau sowie seine Durchführung ausführlich beschrieben. Die Analyse erfolgt mit Hilfe der messtechnisch erhaltenen Ergebnisse. Zusätzlich werden in Kapitel 7 aufwendige dreidimensionale FE- Modelle aufgestellt, mit deren Hilfe zusätzliche Ergebnisse ermittelt werden.

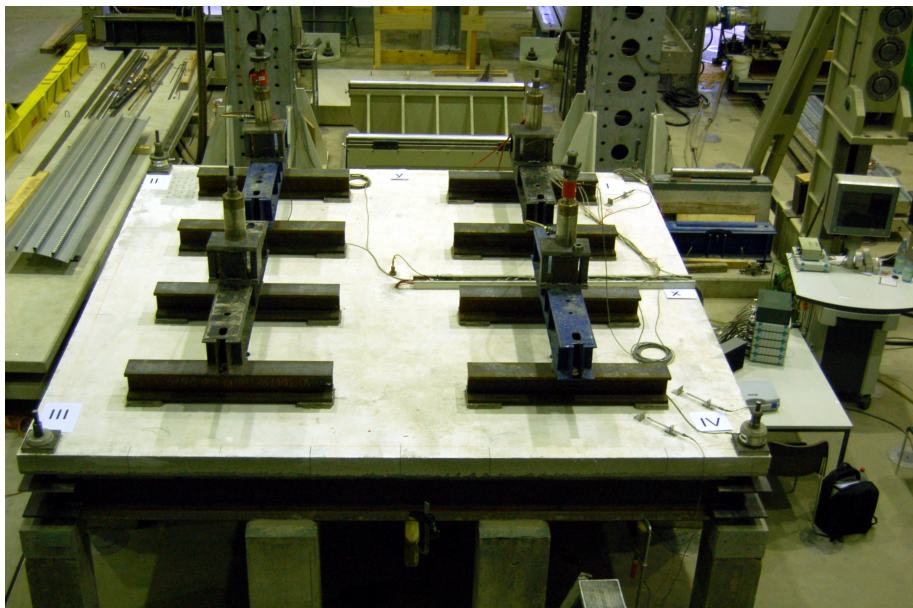


Abb. 6.1.: Versuchsaufbau

Im Rahmen des Versuchsprogramms sind insgesamt drei Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung mit unterschiedlicher Fertigteilanordnung im Labor der TU Kaiserslautern untersucht worden. Bewehrungsgrad und Bewehrungsführung der unteren beiden Bewehrungslagen variierten konstruktionsbedingt lediglich hinsichtlich der Anzahl der verwendeten Gitterträger. Die Abmessungen der Versuchskörper sind unter Berücksichtigung des Abstandes der Verankerungspunkte im Spannungsfeld von $1,0 \times 1,0 [m]$

entwickelt worden. Die Verankerungspunkte sind zum einen für die Festhaltungen der Ecken als auch zur Einleitung der näherungsweise gleichmäßig verteilten Flächenlast erforderlich. Die Platten sollten weiterhin im Versuchsstand mit vertretbarem Aufwand untersucht werden können. Aus den oben aufgeführten Randbedingungen hat sich schließlich eine Abmessung der Platten von $4,0 \times 4,0 [m]$ ergeben (vgl. Abb. 6.1).

6.2. Versuchsprogramm

6.2.1. Versuchsaufbau

Die Drilltragwirkung ist für allseits gelenkig gelagerte Platten mit einem Seitenverhältnis von $l_x/l_y = 1/1$ am größten. Aus diesem Grund werden für die folgenden Untersuchungen Platten mit quadratischem Grundriss und einer Kantenlänge von 4,20 m bei einem allseits gleichmäßigen Rand von 10 cm gewählt. Die Lagerung der Platten erfolgt allseits gelenkig und horizontal verschieblich mit einer Stützweite in x- und y- Richtung von 4,00 m. Für die Dicke der Fertigteile wird die Minstdicke nach DIN 1045-1 von 5,0 cm angesetzt. Die Ortbetonschicht wird 9,0 cm stark gewählt. Es ergibt sich somit eine Gesamtplattenstärke von 14,0 cm. Die Beanspruchung der Platten erfolgt näherungsweise gleichmäßig über 16 äquidistant angeordnete Einzellasten (vgl. Abb. 6.1). Eine Übersicht über die Versuchsreihe ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Die erste Platte besteht aus zwei gleichgroßen Fertigteilen mit oberer Drillbewehrung und Ortbetonergänzung. In der zweiten Platte befindet sich jeweils eine weitere vertikale Elementfuge im Drillbereich. In beiden Platten wird eine obere Eckbewehrung gemäß DIN 1045-1 eingebaut. Die dritte Platte wird genauso ausgeführt wie die zweite – allerdings ohne obere Eckbewehrung.

6.2.2. Lagerung

Ein wesentlicher Punkt bei der Untersuchung von Platten ist die Ausbildung der Auflager. Platten sind statisch hochgradig unbestimmte Tragwerke. Ihre Lagerung hat daher einen großen Einfluss auf das Tragverhalten. Der Versuchsaufbau soll eine möglichst frei dreh- und verschiebbare Lagerung des Plattenrandes gewährleisten, um mögliche Zwängungen zu vermeiden. Bei der Ausführung der Auflager kann sowohl der gesamte Randbereich gegen Abheben gesichert werden als auch eine punktuelle Festhaltung der Ecken erfolgen [PBB84]. Um eine Beobachtung der Plattenoberseite auch im Auflagerbereich zu ermöglichen, werden in der nachfolgend beschriebenen Versuchsreihe nur die Ecken gegen mögliches Abheben gesichert.

Der Auflagerrahmen der Platte wird auf zwei Betonquader je Rand mit einer Abmessung von $(b/h/t = 0,40 \times 0,40 \times 1,00 [m])$ abgelegt. Zusätzlich werden im Eckbereich der Platten Betonquader mit kreisrunder Aussparung eingebaut, um eine Durchführung der Zugstangen zur Verankerung der Ecken zu ermöglichen. Die Abmessungen und Abstände der einzelnen Bauteile des Versuchsaufbaus können der Abbildung 6.3 entnommen werden. Auf den Betonquadern wird ein für diesen Versuch hergestellter Versuchsrahmen aus IPE 300 - Profilen aufgelegt. Um eine gleichmäßige Abtragung der Platte über den Rahmen zu gewährleisten, werden sowohl die Platte als auch der

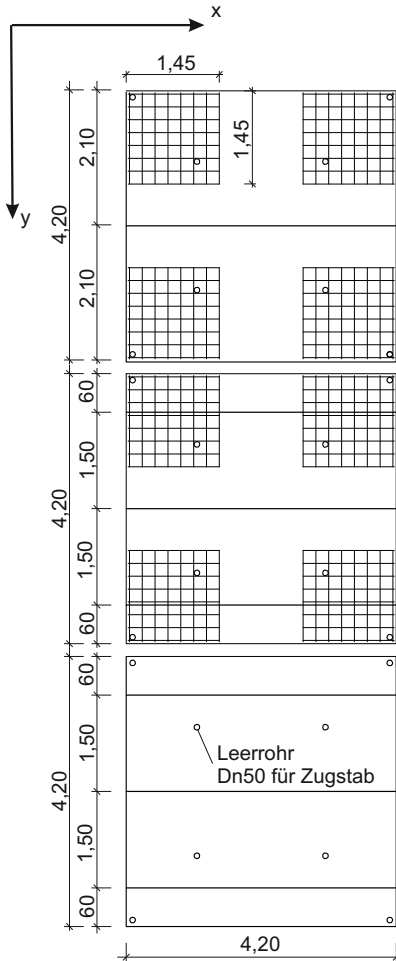


Abb. 6.2.: Schematische Darstellung der vertikalen Elementfugen und oberen Eckbewehrung in der durchgeführten Versuchsreihe

Platte 1:

- vertikale Elementfuge in Plattenmitte
- obere Drillbewehrung nach DIN 1045-1
- im FT (x- Richtung) Ø6-15
- in OBE (y- Richtung) Ø6-10

Platte 2:

- vertikale Elementfuge in Plattenmitte
- zusätzliche Elementfugen im Drillbereich
- obere Drillbewehrung nach DIN 1045-1
- im FT (x- Richtung) Ø6-15
- in OBE (y- Richtung) Ø6-10

Platte 3:

- vertikale Elementfuge in Plattenmitte
- zusätzliche Elementfugen im Drillbereich
- keine obere Drillbewehrung
- im FT (x- Richtung) Ø6-15
- in OBE (y- Richtung) Ø6-10

Rahmen auf einem ca. 2,0 cm dicken Mörtelbett aufgelegt. Der Raum zwischen Unterkante Versuchsplatte und Oberkante Spannfeld bietet mit einem Abstand von ungefähr 1,30 m genügend Arbeitsfläche zur Einrichtung der Messtechnik und Beobachtung des Rissverhaltens der Platte. Es wird ein gutmütiges, sehr duktiles Tragverhalten der Versuchsplatten mit maximalen Durchbiegungen in Feldmitte von ungefähr 100 mm erwartet. Bei derart großen Durchbiegungen können am Auflager horizontale Abtriebskräfte entstehen. Um ein Umkippen der Lagerträger während der Versuchsdurchführung zu verhindern, werden die Trägerstege im Eckbereich mit zwei Flachblechen verschweißt (vgl. Abb. 6.4). Mögliche horizontale Abtriebskräfte können somit vom Auflagerahmen aufgenommen werden.

Die Plattenecken werden mit Zugstangen, die durch Platte und Auflagerkonstruktion geführt werden, im Spannfeld verankert (vgl. Abb. 6.5). Die während der Versuchs-

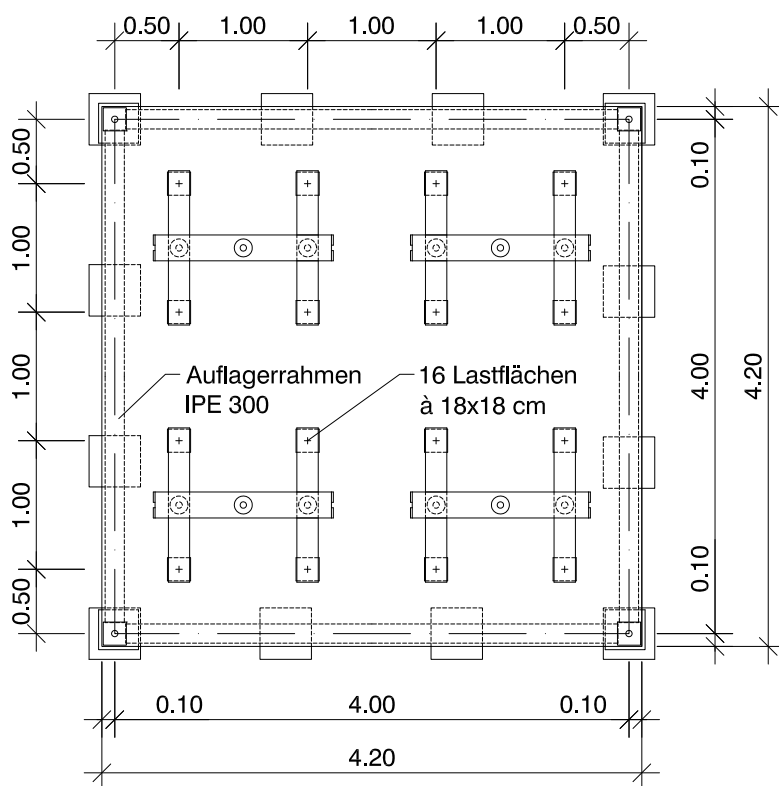


Abb. 6.3.: Versuchsaufbau, Draufsicht



Abb. 6.4.: Kippsicherung der Walzträger im Eckbereich

durchführung entstehenden Auflagerkräfte werden somit direkt über Normalkräfte in das Spannungsfeld des Hallenbodens geführt und dort verankert.

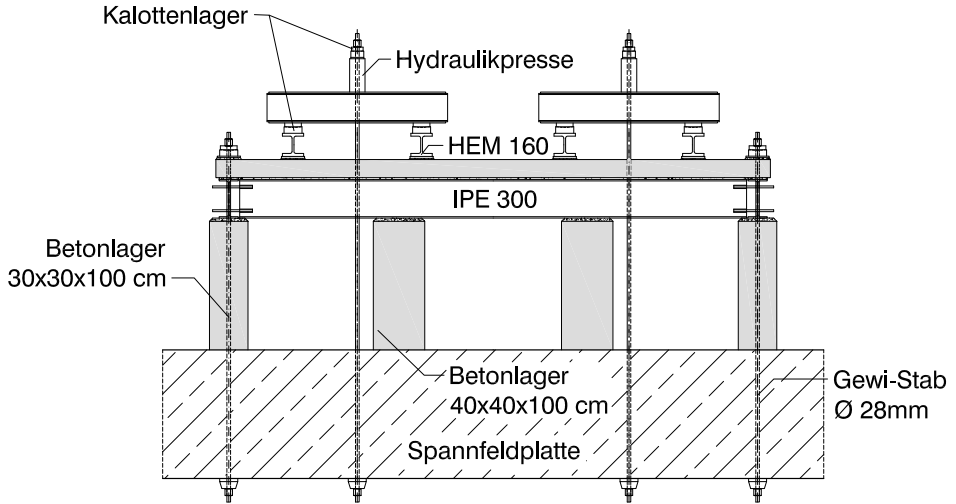


Abb. 6.5.: Versuchsaufbau, Ansicht

6.2.3. Belastung

Eine gleichmäßig verteilte Flächenlast ist in früheren Versuchsreihen über Luft- oder Wasserdruckkissen auf den Versuchskörper aufgebracht worden (vgl. [Par94], [Fra70] und [SJ63]). Eine derartige Belastungseinrichtung verhindert jedoch eine Beobachtung der Rissentwicklung auf der Plattenoberseite. In den folgenden Versuchen wird die Gleichflächenlast näherungsweise über eine Waagebalkenkonstruktion realisiert (vgl. Abb. 6.6). Diese Art der Lasteinleitung ist bereits in anderen Versuchsreihen erfolgreich angewendet worden (vgl. [GAB32], [SK79] und [Ger90]). Die Einleitung der Versuchslasten erfolgt über Zugstangen, die auf der Unterseite des Spannfeldes fixiert werden (vgl. Abb. 6.7). Im Plattenbereich werden die Zugstangen durch Hülsen mit einem Durchmesser von 80 mm geführt. Auch bei Verkantungen der Platte infolge großer Durchbiegungen ist somit eine kontaktfreie Durchführung gewährleistet. Die Kraft wird über einen Hydraulikzylinder je Zugstange in die Waagebalkenkonstruktion geleitet und im Spannfeld rückverankert. Von dort aus wird die Last gleichmäßig auf insgesamt vier Lastflächen je Waagebalkenkonstruktion verteilt (vgl. Abb. 6.6). Die gesamte Last wird somit über vier Pumpen aufgebracht. Um eine gleichmäßige Beanspruchung der vier Pumpen zu gewährleisten, ist jeder der vier Hydraulikschläuche gleich lang und von gleichem Durchmesser. Gesteuert werden die Zylinder über eine elektrische Pumpe, die über einen Verteiler mit den Pressen verbunden ist (vgl. Abb. 6.8).

Die Träger der Waagebalkenkonstruktion werden sehr steif ausgeführt und sind über Kalottenlager frei drehbar gelagert. Der unterste Träger (HEB 160) leitet die Kraft gleichmäßig über 12 mm starke Lastplatten aus Stahl in den Versuchskörper. Unebenheiten in der Stahlplatte und der Oberfläche des Versuchskörpers werden über ein ca. 1,0 cm dickes Mörtelbett ausgeglichen, somit ist eine gleichmäßige Einleitung der Kraft auf einer Fläche von 20 x 20 cm gewährleistet. Die insgesamt 16 Lastflächen weisen einen Abstand von jeweils 50 cm zueinander auf. Eigene Vergleichsrechnungen haben erge-

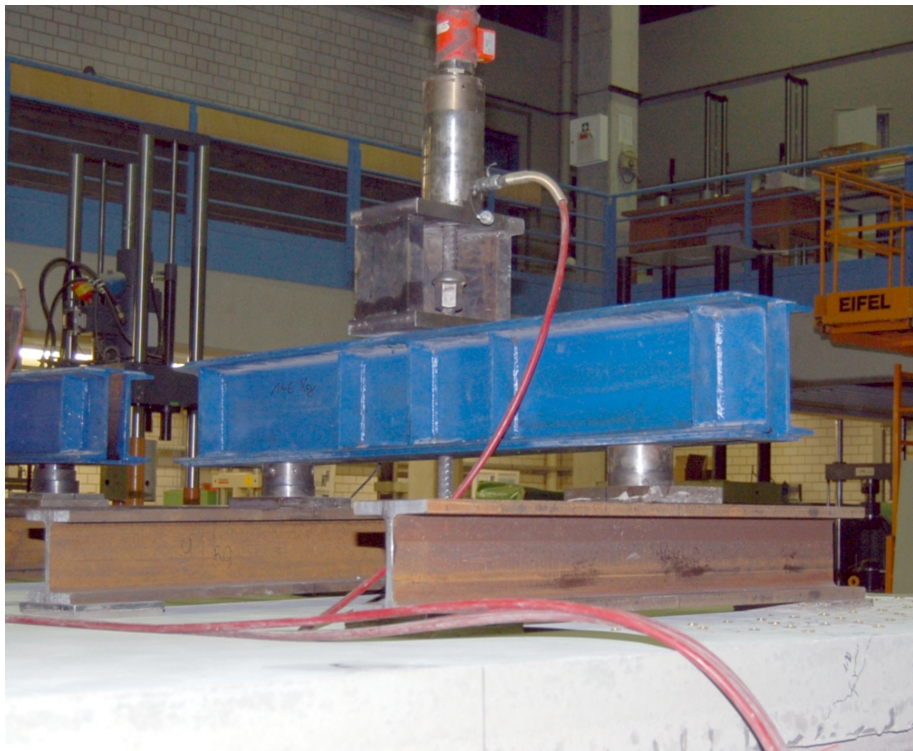


Abb. 6.6.: Lasteinleitung und Verteilung über Waagebalkenkonstruktion



Abb. 6.7.: Verankerung einer Zugstange unter dem Spannungsfeld des Hallenbodens



Abb. 6.8.: Hydraulikverteiler und Druckmessgerät

ben, dass die Beanspruchung bei dieser Lastanordnung nur geringfügig von der einer gleichmäßig verteilten Flächenlast abweicht.

6.2.4. Werkstoffkennwerte und Bewehrungsführung

Im Fertigteilwerk werden üblicherweise Betone mit hoher Betonfestigkeit verwendet. Die verwendeten Betone weisen hohe Frühfestigkeiten auf, um einen möglichst schnell-

len Transport der Fertigteile auf die Baustelle zu ermöglichen. Für die Fertigteile der Versuchskörper wird die Festigkeit eines C 30/37 angestrebt.

Die Betonage der Ortbetonergänzung erfolgt heutzutage in der Regel mit Transportbeton. Die Mischung eines Betonvolumens von $1,6 \text{ m}^3$ hätte unter Laborbedingungen nicht mit einer einzigen Mischung hergestellt werden können. Aus diesem Grund wird die Ortbetonergänzung auch im Labor mit Transportbeton hergestellt. Für die Ortbetonergänzung aller Versuchskörper wird ein Beton der Festigkeitsklasse C 30/37 angestrebt. Die Herstellung der einzelnen Versuchsplatten erfolgt jeweils mit einem zeitlichen Abstand von bis zu zwei Wochen. Die Betone der Ortbetonergänzung werden folglich mit Zuschlägen aus verschiedenen Chargen hergestellt. Eine einheitliche Festigkeitsentwicklung konnte daher nicht erwartet werden. Die Festigkeiten der Betone sind jeweils nach einigen Tagen und zusätzlich am Versuchstag ermittelt worden. Neben der Ermittlung der Würfeldruckfestigkeit werden Elastizitätsmodul und Spaltzugfestigkeit an jeweils drei Zylindern ermittelt. Um die Festigkeitsentwicklung der Prüfwürfel- und Zylinder mit den Versuchsplatten vergleichen zu können, sind die Prüfkörper während der Erhärtung unter den gleichen Bedingungen wie die Versuchsplatten direkt neben diesen gelagert worden. In den folgenden Tabellen werden die Festigkeitswerte der einzelnen Versuchskörper gegenübergestellt (vgl. Tab. 6.1 und Tab. 6.2).

Tab. 6.1.: Fertigteilfestigkeiten am Tag der Versuchsdurchführung

Betonfertigteil				
Bez.	Alter	Würfel- festigkeit	E-Modul	Spalt- zugf.
	[Tage]	$[N/mm^2]$	$[N/mm^2]$	$[N/mm^2]$
Platte 1	47	56,3	35.600	4,1
Platte 2	51	63,9	33.400	3,8
Platte 3	64	62,9	32.000	4,0

Tab. 6.2.: Ortbetonfestigkeiten am Tag der Versuchsdurchführung

Ortbeton				
Bez.	Alter	Würfel- festigkeit	E-Modul	Spalt- zugf.
	[Tage]	$[N/mm^2]$	$[N/mm^2]$	$[N/mm^2]$
Platte 1	39	40,5	26.100	2,9
Platte 2	37	51,9	29.300	3,6
Platte 3	24	40,9	19.800	2,7

Die gesamte Bewehrung, auch die der Ortbetonergänzung, wird mit kalt gerecktem Betonstahl B500A hergestellt. Im Fertigteilwerk wird die Bewehrung von einem Coil abgewickelt und auf die erforderliche Solllänge geschnitten. Auch die im Ortbeton einzubauende Bewehrung wird im Werk bereitgestellt und im Anschluss mit den Fertigteilenelementen ausgeliefert. Die Arbeitslinie der verwendeten Bewehrungsstähe ist in Zugversuchen experimentell ermittelt worden (vgl. Abb. 6.9). Alle drei Versuchsplatten

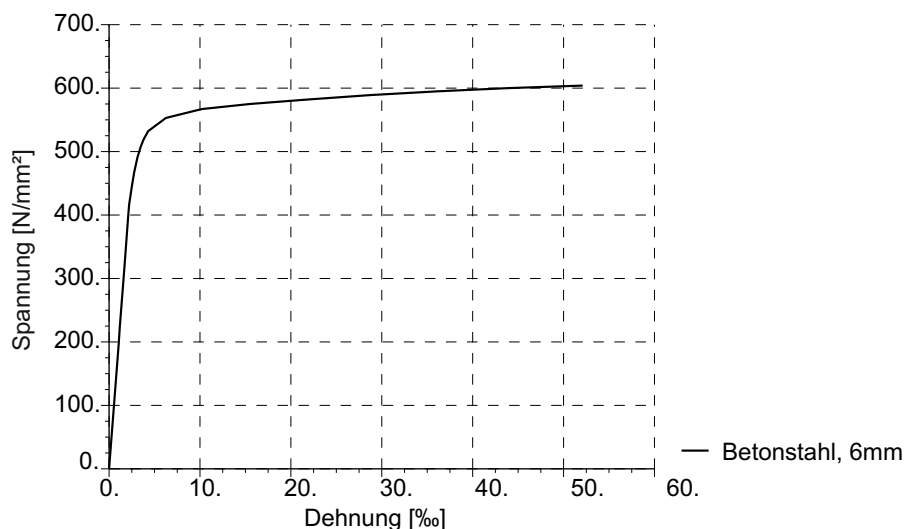


Abb. 6.9.: Gemittelte Arbeitslinie der verwendeten Betonstähle

sind für eine Bemessungslast von $E_d = 13,5 \text{ kN/m}^2$ bewehrt worden. Dies entspricht einer Bewehrung im Fertigteil von $\varnothing 6 - 15 \text{ cm}$ und von $\varnothing 6 - 10 \text{ cm}$ in der Ortbetonergrünzung. Der Bewehrungsgrad der im Fertigteil eingebauten Bewehrung ist in den drei Versuchskörpern somit nahezu gleich. Aufgrund unterschiedlich breiter Fertigteil-elemente variiert jedoch die Anzahl der eingelegten Gitterträger. Die Bewehrung wird sowohl im Fertigteil als auch in der Ortbetonergrünzung randparallel verlegt. Die Mindestquerbewehrung $a_{s,q} \geq 0,2 \cdot a_{s,l}$ im Fertigteil wird abwechselnd ober- und unterhalb der Hauptlängsbewehrung angeordnet. Die Betondeckung der Längsbewehrung beträgt planmäßig 15 mm. Die Betondeckung wird über Flächenabstandshalter aus Kunststoff sichergestellt.

Die auf dem Fertigteil zu verlegende Bewehrung der Nebenrichtung wird in allen drei Versuchsplatten gleich ausgeführt. Die Anordnung der Bewehrung erfolgt unter Berücksichtigung der für Lasteinleitung und Verankerung der Ecken erforderlichen Aussparungen in den Platten. Geringe Toleranzen in den Stärken der Fertigteile führen dazu, dass die Diagonalen der Gitterträger nicht in einer Flucht liegen. Einige Bewehrungsstäbe mussten daher um wenige Millimeter neben ihrer Sollage angeordnet werden.

In den Versuchsplatten 1 und 2 wird in allen Ecken eine obere Drillbewehrung gemäß DIN 1045-1 [DIN08] vorgesehen. In der Regel wird die statisch erforderliche Höhenlage durch den Einbau von zusätzlichen Abstandshaltern, die auf dem Fertigteil verlegt werden, sichergestellt. In der vorliegenden Versuchsreihe ist die Höhe der Gitterträger so gewählt worden, dass die obere Eckbewehrung auf den Obergurten der Gitterträger verlegt werden kann (vgl. Abb. 6.20). Die Bewehrungsführung der ersten Versuchsplatte ist in den Abbildungen 6.10 bis 6.12 dargestellt.

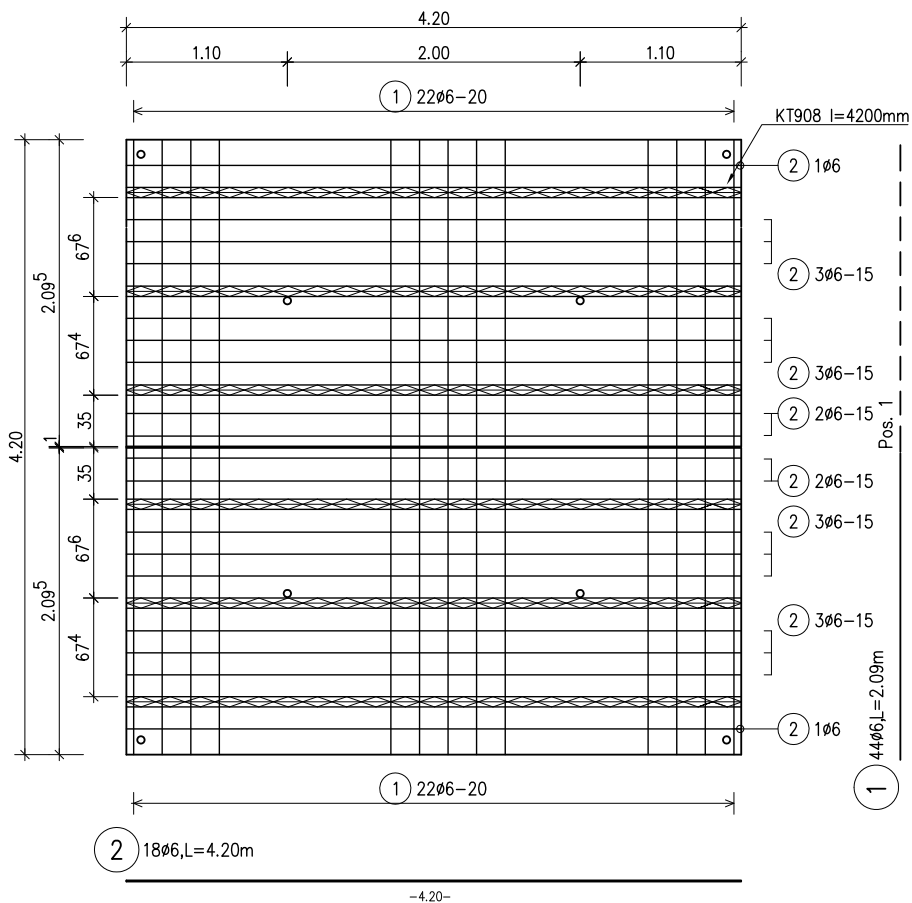


Abb. 6.10.: Platte 1, Bewehrung und Gitterträger im Fertigteil

Im Vergleich zu Platte 1 ist in Platte 2 eine zusätzliche Elementfuge im Drillbereich vorhanden. Hierdurch ergibt sich für diese Platte eine geringfügig andere Bewehrungsführung (vgl. Abb. 6.13 bis 6.16). In Platte 3 wird keine obere Eckbewehrung eingebaut, ansonsten erfolgt die Bewehrungsführung wie in Platte 2 (vgl. Abb. 6.13 und 6.14).

6. Experimentelle Untersuchung an Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung

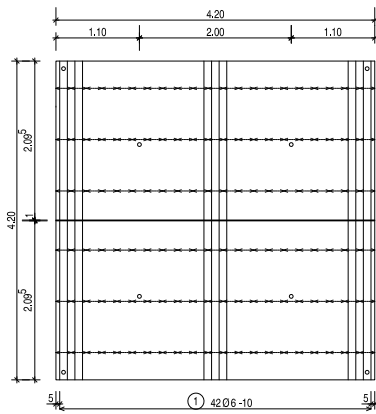


Abb. 6.11.: Platte 1, Bewehrung in
Ortbetongergänzung, untere Lage

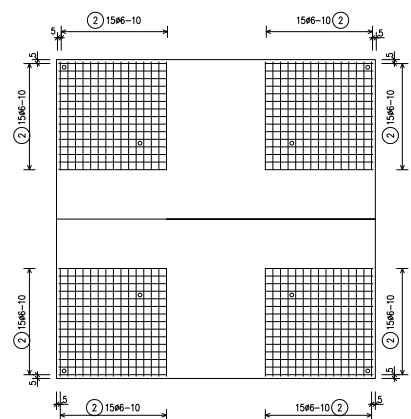


Abb. 6.12.: Platte 1, obere Eckbewehrung in
Ortbetongergänzung

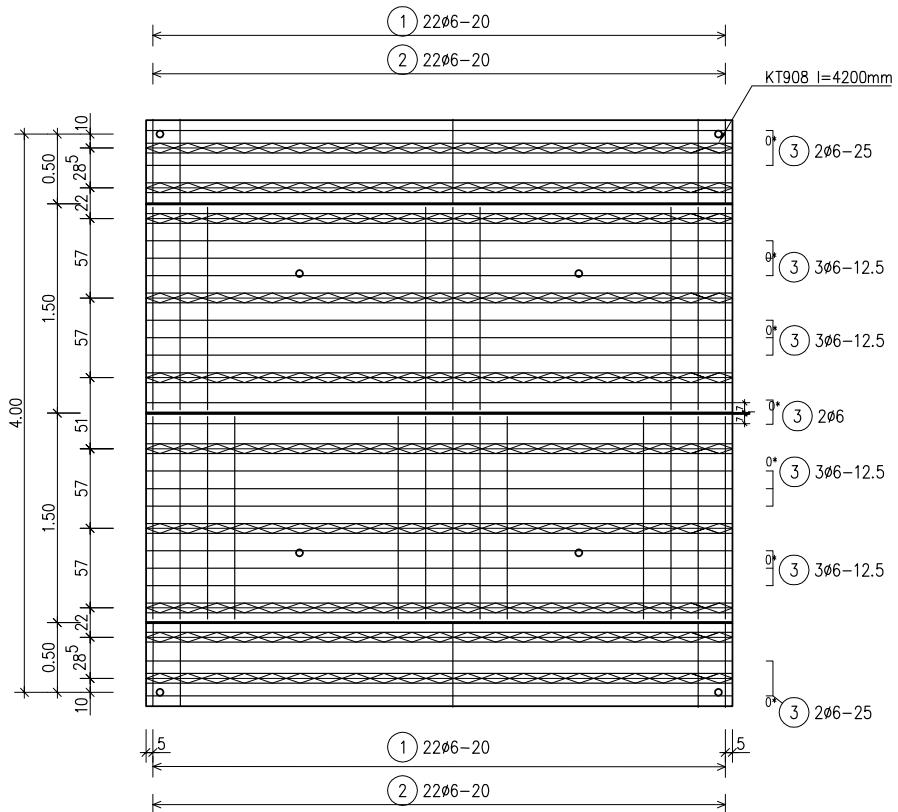


Abb. 6.13.: Platten 2 und 3, Bewehrung im Fertigteil, untere Lage

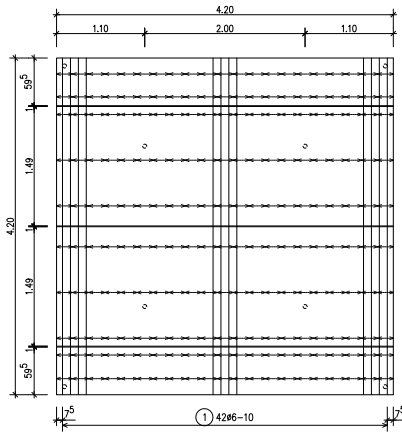


Abb. 6.14.: Platten 2 und 3, Bewehrung in Ortbetonergänzung, untere Lage

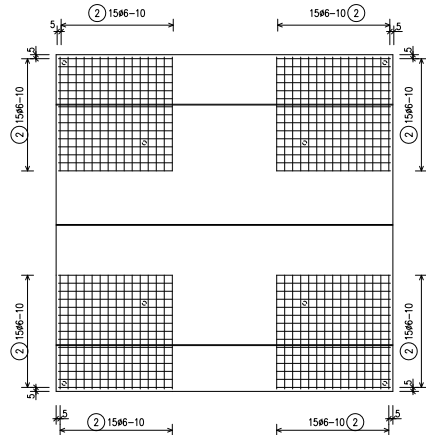


Abb. 6.15.: Platte 2, obere Eckbewehrung in Ortbetonergänzung

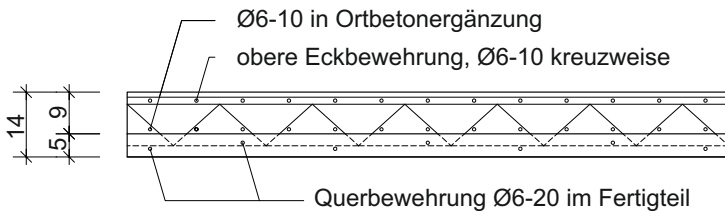


Abb. 6.16.: Querschnittsdetail: Anordnung der Querbewehrung der Platten 1 bis 3. Die Ausführung der oberen Eckbewehrung erfolgt nur in den Platten 1 und 2.

6.2.5. Herstellung der Platten

Üblicherweise werden im Fertigteilwerk Betonstähle eingesetzt, die von einem Coil abgespult werden. Hierbei handelt es sich um kalt gereckte Betonstähle. Die Abwicklung der Stähle erfolgt voll automatisch auf die vorgegebene Länge. Während des Abrollens wird der Stahl gerichtet, indem er durch mehrere Rollenpaare hindurchgeführt wird. Die abgelängten Bewehrungsstähle fallen direkt auf den Schaltisch und werden dort manuell mit den planerisch erforderlichen Abständen verlegt.

Um eine höhere Genauigkeit der Bewehrungsführung der Versuchsplatten zu gewährleisten, sind die einzelnen Bewehrungslagen zuvor im Fertigteilwerk manuell auf Böcken verlegt und mit Bindedraht zu Gitternetzen fixiert worden. Die gesamte Bewehrung der Fertigteile inklusive der Gitterträger ist als ganzes auf dem Schaltisch zur Betonage ausgerichtet worden (vgl. Abb. 6.17). Zur Herstellung der Aussparungen für Eckverankerung und Lasteinleitung werden Verdrängungskörper an entsprechender Stelle auf die Schalung geklebt.

Zusätzlich zu den Fertigteilenelementen werden zur Bestimmung der Werkstoffkennwerte des Betons Zylinder und Würfel aus der gleichen Betoncharge angefertigt. Die Verdichtung des Frischbetons erfolgt mit einem Rütteltisch. Im Anschluss an die Verdichtung



Abb. 6.17.: Ausrichtung der Bewehrung auf dem Schaltisch

wird zur Herstellung der Oberflächenrauheit der Verbundfuge ein Besenstrich eingebracht (vgl. Abb. 6.18). Um die geforderte Rauheit zu erreichen, werden Fertigteil-elemente im Allgemeinen mit einem Stahlrechen aufgeraut. In diesem Fall erfolgt die Aufrauung der Oberfläche jedoch manuell mit einem Stahlbesen, um eine Beschädigung der bereits applizierten Dehnmessstreifen zu vermeiden. Durch das Rütteln der Platte ist eine gleichmäßige Solldicke von 5,0 cm nicht bei allen Platten erreicht worden. Die Dicke der Fertigteil-elemente variiert daher zwischen 4,8 und 5,2 cm. Zur Aushärtung werden die Platten zwei Tage im Werk bei ca. 20°C gelagert. Nach anschließender Lagerung im Freien werden die Fertigteile verladen und am 5. Tag mit einem LKW zum Labor für konstruktiven Ingenieurbau nach Kaiserslautern geliefert. Vor Ort werden die Platten bei ca. 20°C bis zur Betonage der Ortbetongergänzung und anschließenden Versuchsdurchführung gelagert. Die Prüfwürfel und -zylinder zur Feststellung der Werkstoffkennwerte werden während des gesamten Zeitraums in der Nähe der Fertigteile gelagert, um eine den Umweltbedingungen entsprechende gleiche Festigkeitsentwicklung zu gewährleisten.

Zur Betonage der Ortbetongergänzung wird eine Spanplattenplattform erstellt. Die Spanplatten werden auf einer Kantholzlage ($b/h = 10 \times 10$ [cm]) mit einem Achsabstand von ca. 50 cm aufgelagert. Die Randschalung wird ebenfalls aus Spanplattenstreifen hergestellt und mit einem diagonal eingebauten Brett gegen mögliches Umkippen gesichert. Die Fertigteil-elemente werden in die gefertigte Schalung unter Berücksichtigung eines Fugenabstandes von 10 mm gehoben. Um ein Eindringen der Zementschlämme in den Fugenzwischenraum während des Betonierens zu verhindern, wird dieser mit



Abb. 6.18.: Aufräumen der Oberfläche mit Stahlbesen

Polystyrolstreifen ausgefüllt (vgl. Abb. 6.19). In Ortbetonplatten wird die Bewehrung üblicherweise mit Matten ausgeführt. Die Gitterträger in Fertigteildecken erfordern jedoch den Einbau von Stabstahl. Auch die obere Eckbewehrung in den Platten 1 und 2 wird mit Stabstahl ausgeführt, um eine mögliche Scheibenwirkung infolge der biegesteifen Schweißverbindungen in Bewehrungsmatten ausschließen zu können. Die obere Bewehrung kann aufgrund der passenden Höhe des Gitterträgerobergurts direkt auf diesem verlegt werden (vgl. Abb. 6.20). Um eine gute Verbundwirkung der horizontalen Verbundfuge zu gewährleisten, werden die Fertigteile vor der Betonage der Ortbetonergänzung mit Wasser angefeuchtet. Die Ortbetonergänzung wird – wie in der Baupraxis üblich – mit Transportbeton hergestellt. Der Beton wird gleichmäßig verteilt und anschließend mit einem Flaschenrüttler verdichtet. Die Oberfläche der Platte wird im Anschluss mit einer Richtlatte über die Randschalung abgezogen. Nach ca. einer Stunde wird die Oberfläche abgerieben und geglättet. Während der ersten 7 Tage werden die Versuchskörper mit einer Folie abgedeckt. Die Lagerung der Prüfkörper zur Ermittlung der Festigkeit erfolgt unter den gleichen Lagerungsbedingungen.

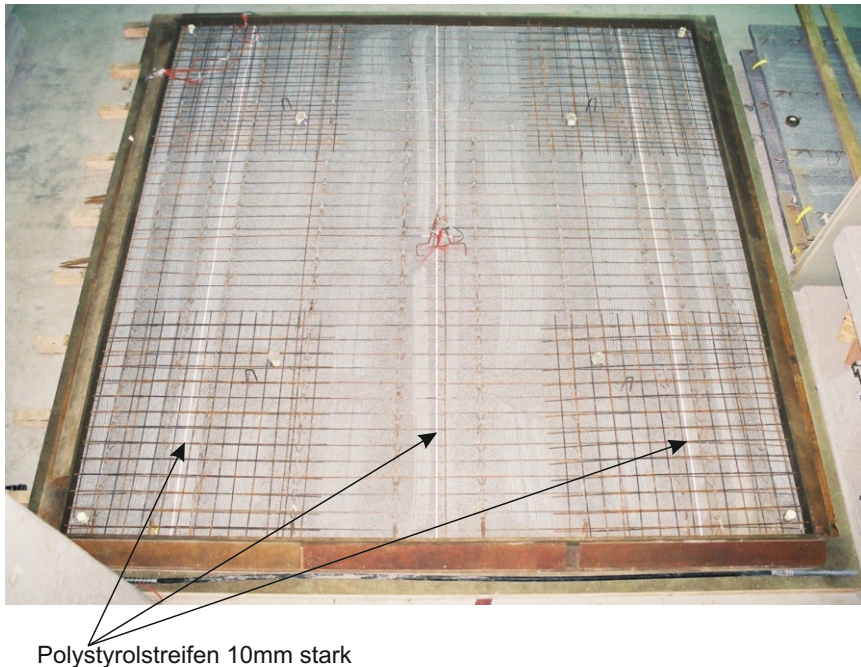


Abb. 6.19.: Draufsicht Platte 2, Schalung und eingebaute Bewehrung der Ortbetongergänzung

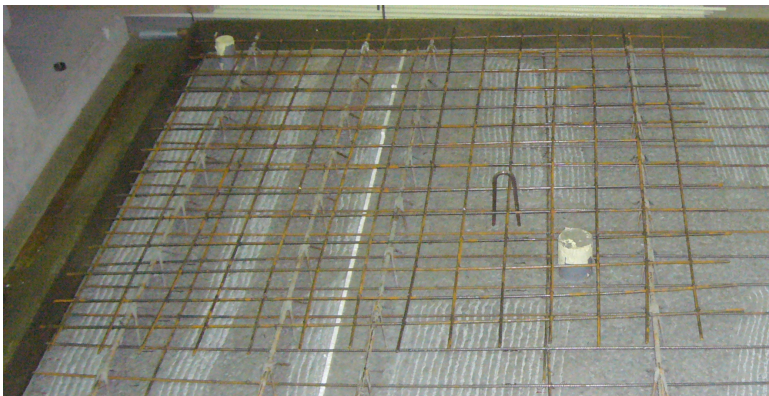


Abb. 6.20.: Platte 2, Anordnung der oberen Eckbewehrung

6.3. Messeinrichtung

Die Verformungen der zu untersuchenden Platten wird mit induktiven Wegaufnehmern gemessen. Die Wegaufnehmer werden in einem gleichmäßigen Raster von 66,6 cm in den Sechstelpunkten der Systemlinien der Platte angeordnet, um die Biegefläche in x- und y- Richtung hinreichend genau abbilden zu können (vgl. Abb. 6.21). Aus Unterschieden des Verformungsverhaltens in x- und y-Richtung können Rückschlüsse auf die Wirkung der Gitterträger auf das Tragverhalten gezogen werden.

M 1:25

Messung der Durchbiegungen

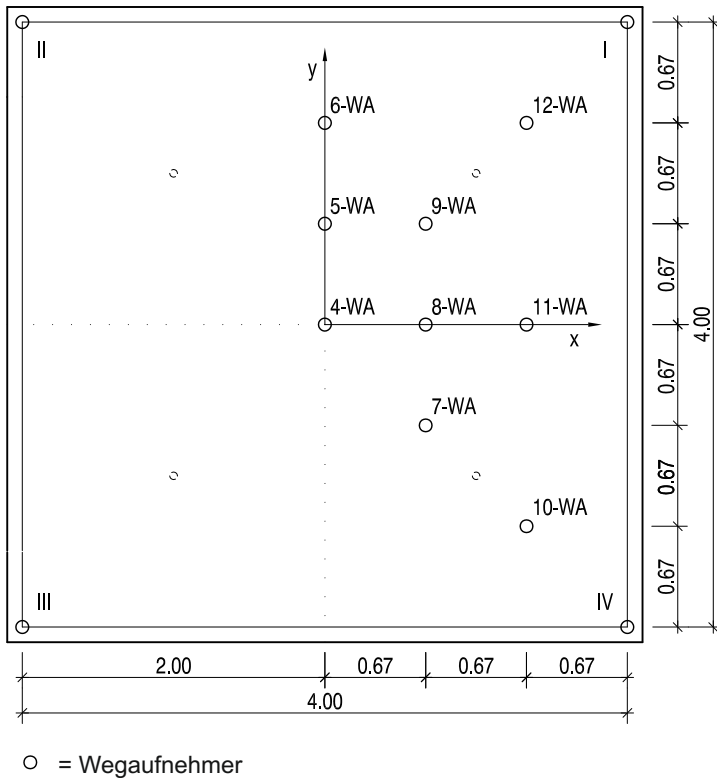


Abb. 6.21.: Anordnung der vertikalen Wegaufnehmer an der Plattenunterseite zur Ermittlung der Plattendurchbiegung.

Zusätzlich zur Messung der Verformungsfigur werden Dehnungsmessstreifen (DMS) auf der Längsbewehrung in Feldmitte angeordnet. Um das Ausfallrisiko eines Dehnungsmessstreifens zu minimieren, werden alle DMS-Messstellen redundant ausgeführt. Die Applikation von DMS auf dem Bewehrungsstahl im Beton führt zu einer Schwächung der Verbundwirkung in diesem Bereich. Zum einen müssen die Rippen des Bewehrungsstahls im Bereich der DMS mechanisch abgetragen werden, zum anderen führt die notwendige wasserdichte Abdeckung der Messstelle zu einer Störung des Verbundverhaltens. In der folgenden Versuchsreihe werden die Rippen im Bereich der Messstellen auf einem möglichst kleinen Bereich abgeschliffen. Zum Schutz der DMS vor Feuchtigkeit während des Betonierens wird eine Abdeckpaste auf die Messstelle aufgetragen.

In allen drei Platten werden in Feldmitte jeweils zwei DMS auf die Bewehrung in x- und y-Richtung appliziert (vgl. Abb. 6.22). Um Biegeeinflüsse der Betonstäbe in der Messung ausschließen zu können, werden alle DMS seitlich angeordnet. Die Applikation der DMS erfolgt für die Betonstäbe der Fertigteile im Labor der FH-Münster.

Die DMS der Bewehrung in der Ortbetongergänzung sind im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der TU Kaiserslautern appliziert worden. Zusätzlich werden DMS in den

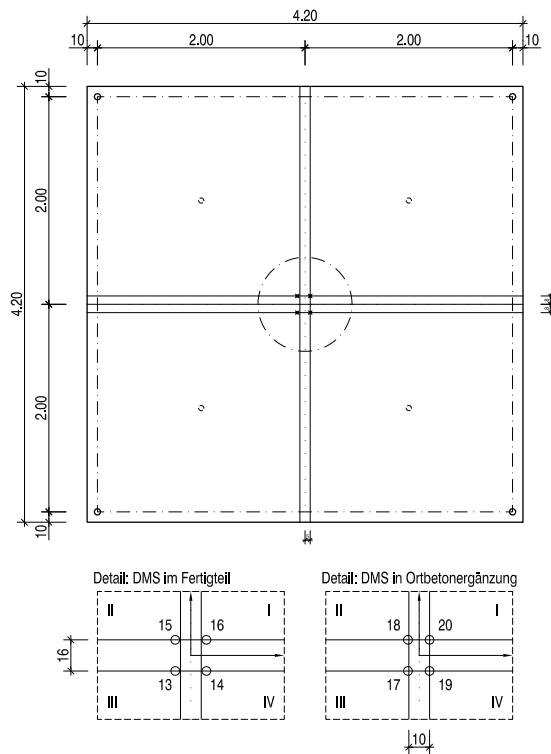


Abb. 6.22.: Anordnung der Dehnmessstreifen in Plattenmitte

Versuchsplatten 1 und 2 auf der oberen Drillbewehrung angeordnet. Die sinnvolle Anordnung der DMS ist aus wirklichkeitsnahen dreidimensionalen FE- Untersuchungen ermittelt worden. In der Simulation hat sich gezeigt, dass in einem Abstand von ca. 50 cm zum Rand zunächst die größten Spannungen im Drillbereich auftreten. Mit Erreichen der Risslast und fortschreitender Rissbildung verlagern sich die Spannungen quer zur Diagonalen in Richtung Plattenrand (vgl. Abb. 6.23).

Die Dehnmessstellen der oberen Eckbewehrung werden rechtwinklig zur Diagonalen in einem Abstand von 50 cm zum Eckpunkt der Auflagerlinien gemäß Voruntersuchung angeordnet. Um auch diese Messstellen redundant ausführen zu können, werden die Messpunkte jeweils beidseits um 2,0 cm in Bewehrungsrichtung versetzt (vgl. Abb. 6.24). Aufgrund der Rissbildung in diesem Bereich kommt es unter Umständen zu großen Unterschieden der gemessenen Dehnungen. Um einen zweiten Vergleichswert dieser Messwerte zu bekommen, werden Verformungen auf der Plattenunterseite und der Plattenoberseite gemessen. Mit Hilfe von induktiven Wegaufnehmern werden auf der Oberseite in einem Abstand von 20 cm zur Diagonalen Verformungen auf einer Länge von 25 cm gemessen (vgl. Abb. 6.25). Auf der Plattenunterseite werden die Verformungen quer zur Diagonalenrichtung auf einer Messlänge von 30 cm aufgezeichnet.

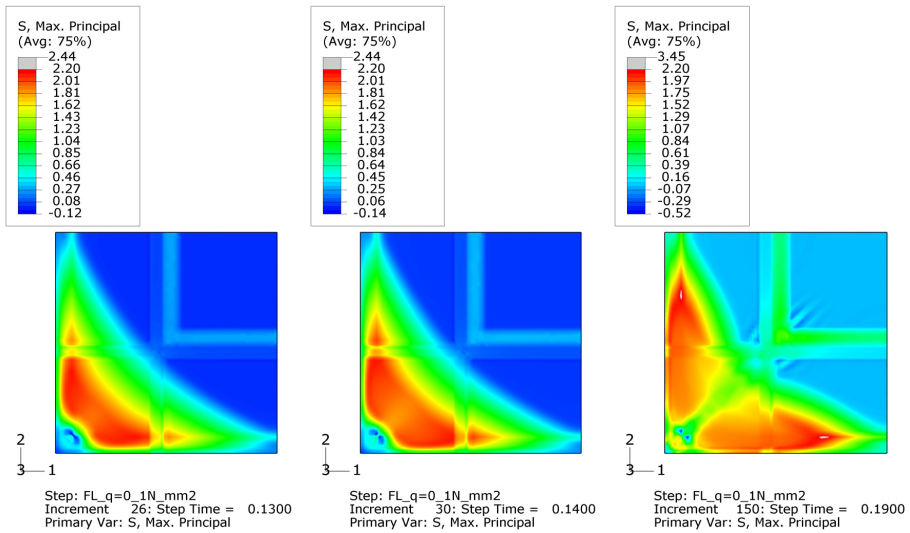
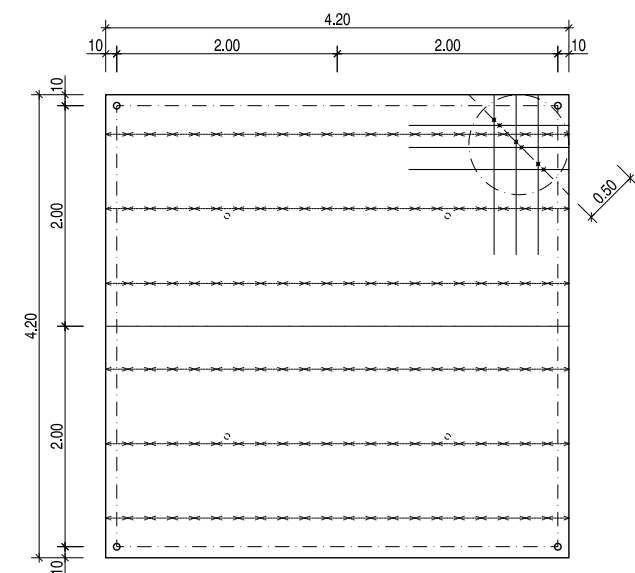


Abb. 6.23.: Umlagerung der Hauptzugspannungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich, vgl. auch [Grö08b]

Um auch Messwerte im Drillbereich der dritten Platte zu erhalten, werden Betondehnmessstreifen auf der Oberfläche mit einer Messlänge von 120 mm appliziert (vgl. Abb. 6.26). Die Eckkräfte werden mit Kraftmessdosen an zwei gegenüberliegenden Ecken gemessen. Die Muttern der Eckabspannung werden mit einem Schlüssel handfest angezogen.



Detail: Dehnungsmessung im Eckbereich

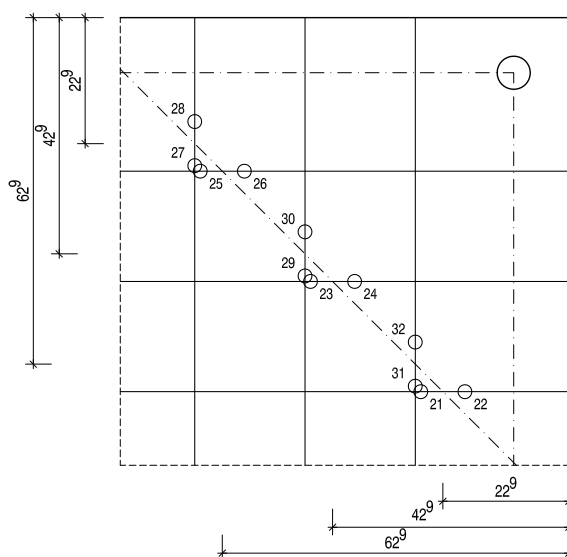


Abb. 6.24.: Platte 1 und 2: Anordnung der Dehnungsmessstreifen an der Drillbewehrung im Eckbereich der Platte

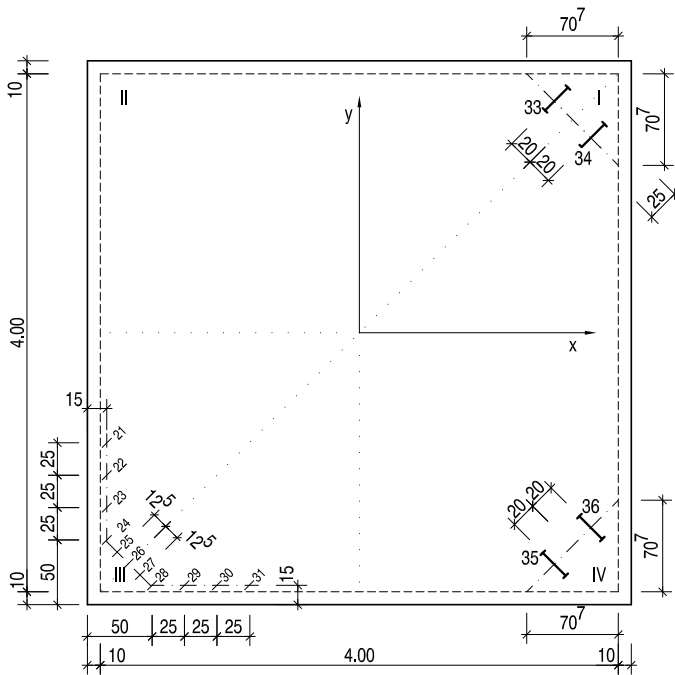


Abb. 6.25.: Platte 1-3: Anordnung horizontal angeordneter Wegaufnehmer und Dehnmessstreifen auf Plattenoberseite der Platte 3



Abb. 6.26.: Platte 3: DMS zur Messung der Dehnungen im Eckbereich

6.4. Durchführung der Versuche

Das elastische Tragverhalten wird zunächst an allen Platten in drei Belastungszyklen mit einer Beanspruchung von ($q \leq 5 \text{ kN/m}^2$) untersucht. Hierbei werden unter anderem alle Messwertnehmer auf Funktionstüchtigkeit geprüft. Die Belastungssteigerung erfolgt durch manuelle Einstellung an der Hydraulikpumpe. Um dynamische Einflüsse ausschließen zu können, wird die Beanspruchung mit einer Geschwindigkeit von ca. $2,5 \text{ kN/min}$ gesteigert. Die weitere Belastung wird bis zu einer Beanspruchung von 40 kN in 5 kN-Schritten aufgebracht. Oberhalb einer Pressenkraft von 40 kN wird die Belastung in 10 kN-Schritten bis zum Bruchzustand gesteigert. In jeder Laststufe wird die Belastung auf dem entsprechenden Niveau für einige Minuten gehalten, bis die Umlagerung der Spannungen infolge von Rissbildung abgeschlossen ist. Nach dieser Zeit erfolgt die Dokumentation der Risse sowie eine Kontrolle der eingebauten Messtechnik auch unterhalb des Versuchskörpers. Oberhalb einer Pressenkraft von 70 kN erfolgt die Beobachtung der Plattenunterseite aus Arbeitsschutzgründen ausschließlich vom Auflagerrand aus. Die Durchbiegungen und Dehnungen werden während der gesamten Versuchsdauer kontinuierlich gemessen.

Die in den Auswertungen angegebenen Lastordinaten entsprechen der im Versuch aufgebrachten Pressenlast. Die Versuchsplatten sind im Ausgangszustand bereits durch ihr Eigengewicht $g_1 = 3,5 \text{ kN/m}^2$ und die Lasten der Versuchseinrichtung (Tab. 6.3) $g_2 = 1,31 \text{ kN/m}^2$ beansprucht.

Tab. 6.3.: Zusammenstellung des Gewichts der Versuchseinrichtung

Bezeichnung	Anzahl	Gewicht [kg]	Gesamtgewicht [kg]
Lastbalken E1	8	91,0	728
Lastbalken E2	4	146	584
Stahlkästen	4	59	236
Zugstangen	4	25	100
Kalotten	8	12	96
Stahlplatten E0	16	7,6	122
Stahlplatten E1	8	12	96
Pressen	4	20	80
Spannverankerung	4	15	60
			2102

6.5. Ergebnisse der experimentellen Untersuchung

6.5.1. Allgemeines

Die Untersuchungen der Versuchsplatten sollten ohne Berücksichtigung des Langzeitverhaltens des Betons erfolgen. Jedoch ist nach der Betonage der Ortbetonergänzung

der Platten 2 (drei vertikale Elementfugen mit oberer Eckbewehrung) und 3 (drei vertikale Elementfugen ohne obere Eckbewehrung) ein „Aufschüsseln“ der Ecken beobachtet worden, daher wird an dieser Stelle auf das Verformungsverhalten infolge von Schwindverkürzungen eingegangen.

Unter Schwinden versteht man die lastunabhängige Volumenabnahme des Betons über die Zeit. Die gesamte Schwindverformung setzt sich additiv aus chemischem Schwinden und Trocknungsschwinden zusammen. Das Trocknungsschwinden hängt besonders von dem Verhältnis der Querschnittsfläche zum Umfang des Bauteils ab. Das Schrumpfen der Betonoberfläche wird durch die weniger ausgetrockneten Bereiche im Innern des Bauteils behindert. Infolge dieser unterschiedlichen Dehnungen über den Querschnitt entsteht ein Eigenspannungszustand, der je nach Größe zum Teil durch Schwindrisse im Beton abgebaut wird. Die Austrocknung des Betons kann durch Feuchtlagerung minimiert beziehungsweise ganz verhindert werden. Die Schwindmaße sind abhängig von der Betonfestigkeit und verändern sich im zeitlichen Verlauf.

Obwohl bei der Herstellung von Fertigteilen mit Ortbetonergänzung ein guter Verbund in der horizontalen Verbundfuge angestrebt wird, kann sich hieraus im Erhärtungsprozess ein Nachteil entwickeln. Das Betonieren der Ortbetonergänzung erfolgt fertigungsbedingt zu einem späteren Zeitpunkt als die des Fertigteils, hieraus ergeben sich unterschiedliche Schwindmaße für Fertigteil und Ortbetonergänzung.

Die Ortbetonergänzung der einzelnen Versuchsplatten erfolgt nacheinander in einer Schalung. Die sich hieraus ergebenden Zeiträume zwischen der Betonage der Fertigteile und der Ortbetonergänzung sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst.

Tab. 6.4.: Alter der Fertigteilplatten zum Zeitpunkt der Ergänzung durch Ortbeton

Platte	Ergänzung durch Ortbeton nach n Tagen
1	8
2	14
3	40

Neben den Festigkeiten der verwendeten Betone hat der Zeitpunkt, an dem der Ortbeton ergänzt wird, maßgebenden Einfluss auf das Schwindverhalten der Platte. Das Schwindverhalten wird bei Fertigteildecken mit Ortbetonergänzung unter anderem durch die Fugenlage begünstigt. Durch die gute Verbundwirkung der horizontalen Fuge zwischen Fertigteil und Ortbetonergänzung werden Schwindverformungen der Ortbetonergänzung durch die bereits ausgehärtete Fertigteildecke behindert. Die schmalen Fertigteillemente im Randbereich der Versuchsplatten werden durch die Zugkräfte infolge Schwindens leicht angehoben. An Platte 3 konnten entlang der Auflagerlinie Verformungen von ca. 9 mm zwischen den Ecken und der Plattenmittellachse gemessen werden (vgl. Abb. 6.27 und 6.28).

In den folgenden Kapiteln erfolgt eine Diskussion der wesentlichen Messwerte dieser Versuchsreihe. Weitere Zeichnungen und Diagramme zu den ermittelten Messwerten sind im Anhang dieser Arbeit abgedruckt (vgl. Kapitel A).

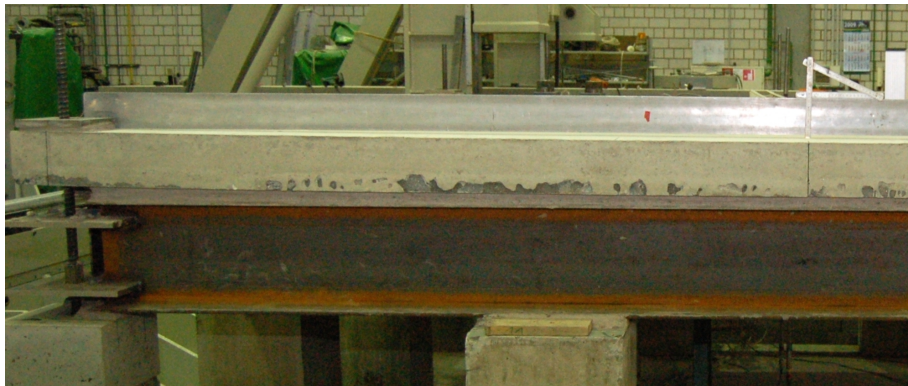


Abb. 6.27.: Schwindverformungen der Platte

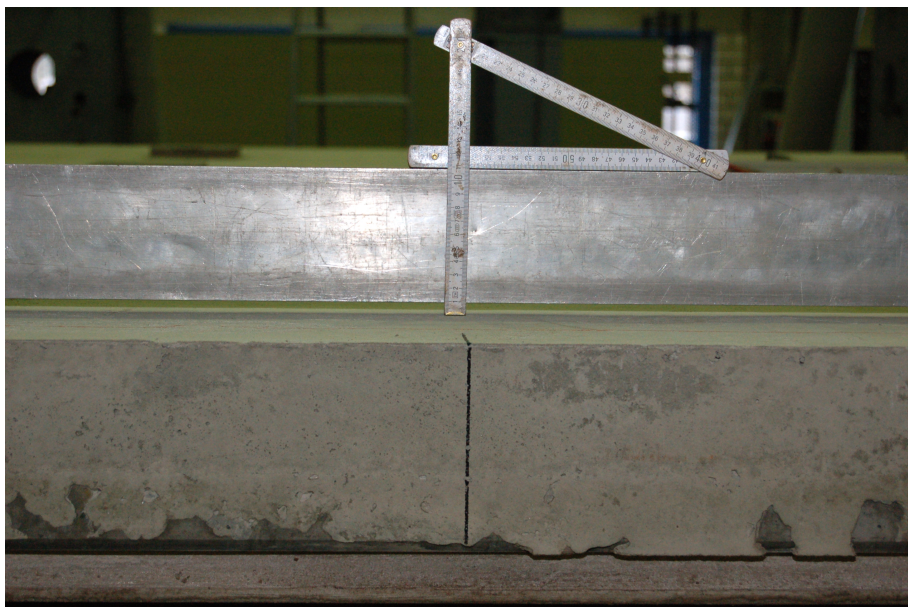


Abb. 6.28.: Detailaufnahme

6.5.2. Rissentwicklung

6.5.2.1. Rissbildung auf der Plattenunterseite

Das Last- Verformungsverhalten der Versuchsplatten wird im Zustand I hauptsächlich durch die Steifigkeit des Betons bestimmt. Aufgrund der geringeren Zugfestigkeit des Ortbetons und des geringeren Hebelarms im Fugenbereich reißt der Beton hier bereits bei geringen Beanspruchungen. Erst bei einer Beanspruchung von 40 kN kann der erste Riss im Gesamtquerschnitt beobachtet werden. Die rechnerische Risslast liegt mit 56,8 kN um ca. 40 % über dem im Versuch gemessenen Wert. Die Spannungen lagern sich offenbar bereits unter geringem Lastniveau in die noch ungerissenen Bereiche um. In Tabelle 6.5 werden die rechnerischen und experimentellen Risslasten gegenübergestellt.

Tab. 6.5.: Vergleich zwischen experimentell und rechnerisch ermittelten Risslasten

Versuchsplatte Nr.	rechnerische Risslast		experimentelle Risslast
	Ortbeton [kN]	Gesamtquerschnitt [kN]	Gesamtquerschnitt [kN]
1	5,2	63,1	66,0
2	10,4	56,8	60,0
3	2,8	60,8	46,0

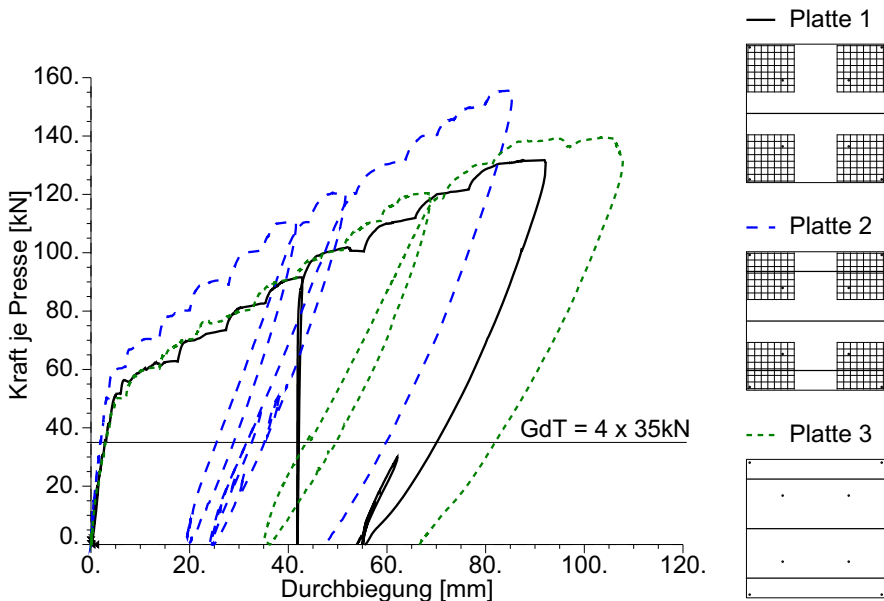


Abb. 6.29.: Experimentell ermittelte Last- Verschiebungsdiagramme der drei Versuchsplatten mit unterschiedlichen Elementfugen und unterschiedlicher oberer Eckbewehrung

Wie in den Graphen des Last- Verschiebungsdiagramms der einzelnen Versuchsplatten zu erkennen ist (vgl. Abb. 6.29), zeigen sich für alle Platten bereits unter geringer Pressenlast erste Krümmungen infolge von Rissbildung im Fugenbereich. Ein deutliches Abknicken der Kurven ist jedoch erst unter einer Beanspruchung mit der Risslast des Gesamtquerschnitts zu erkennen. Die Rissbildungsphase vom Erstriss bis zum abgeschlossenen Rissbild ist in allen Versuchsplatten in einem geringen Beanspruchungsbereich aufgetreten. Im Last- Verformungsdiagramm ist dies durch einen deutlichen Knick in der Last- Verschiebungskurve zu erkennen. Die Neigung der Kurven nimmt mit zunehmender Beanspruchung nur geringfügig ab. Mit Erreichen der Streckgrenze in einzelnen Bewehrungsstäben lagern sich die Spannungen unmittelbar in elastische Bewehrungsbereiche um. Zunächst erreicht die Bewehrung in Feldmitte die Streckgrenze. Unter steigender Beanspruchung breiten sich die Fließzonen der Bewehrung entlang der Plattendiagonalen aus. Bei weiterer Laststeigerung erfolgt eine Ausbreitung der Fließbereiche von den Diagonalen in die angrenzenden Plattenbereiche. In den Abbildungen 6.30 bis 6.32 sind die resultierenden Rissbilder nach Durchführung der Versuche dargestellt. Der regelmäßige Rissverlauf, der sich über die gesamte Platte erstreckt, ähnelt dem von Stahlbetonplatten in Ortbetonbauweise (vgl. [Ger90]).

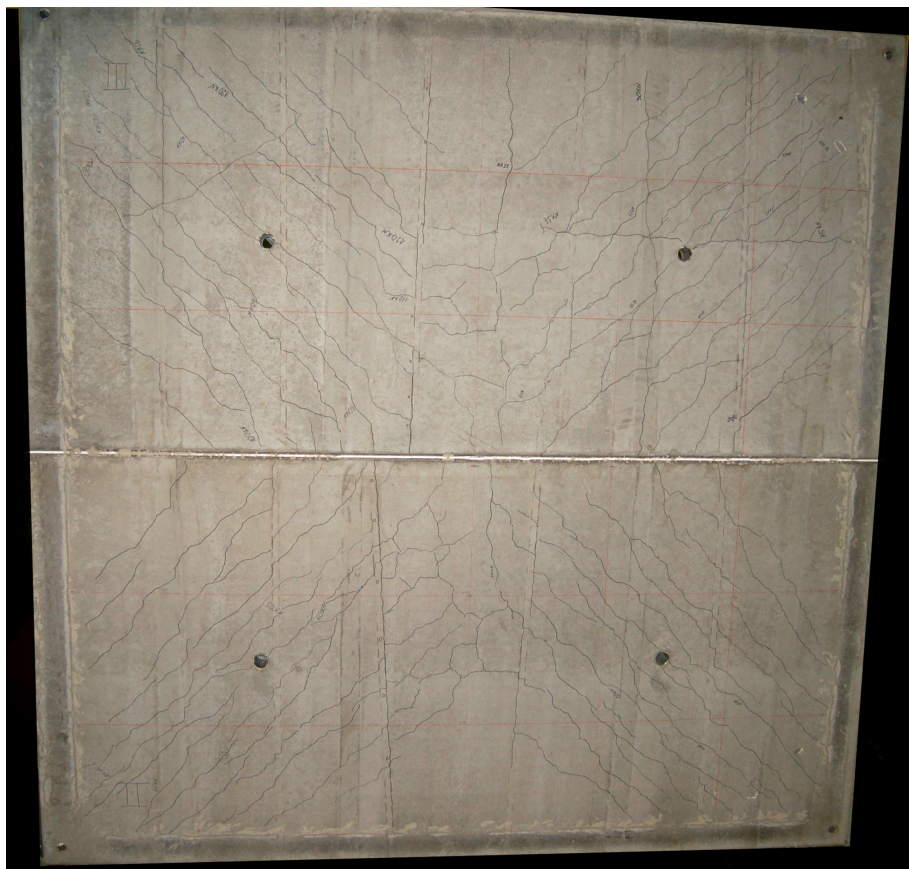


Abb. 6.30.: Versuchsplatte 1: Rissbild, Plattenunterseite

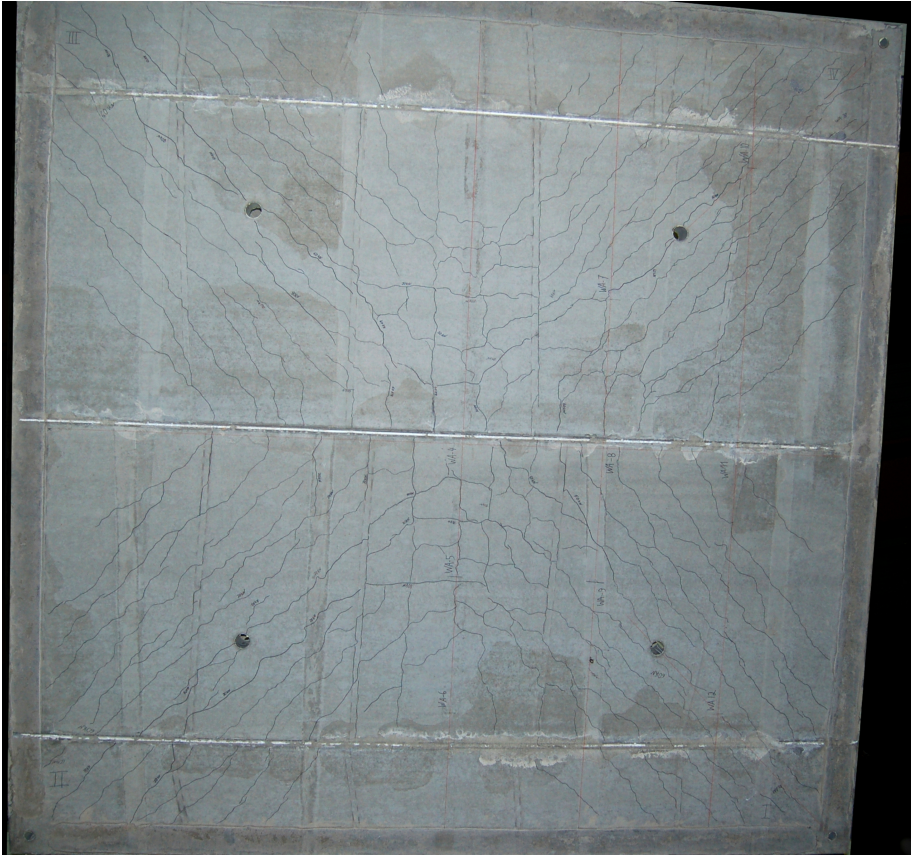


Abb. 6.31.: Versuchsplatte 2: Rissbild, Plattenunterseite

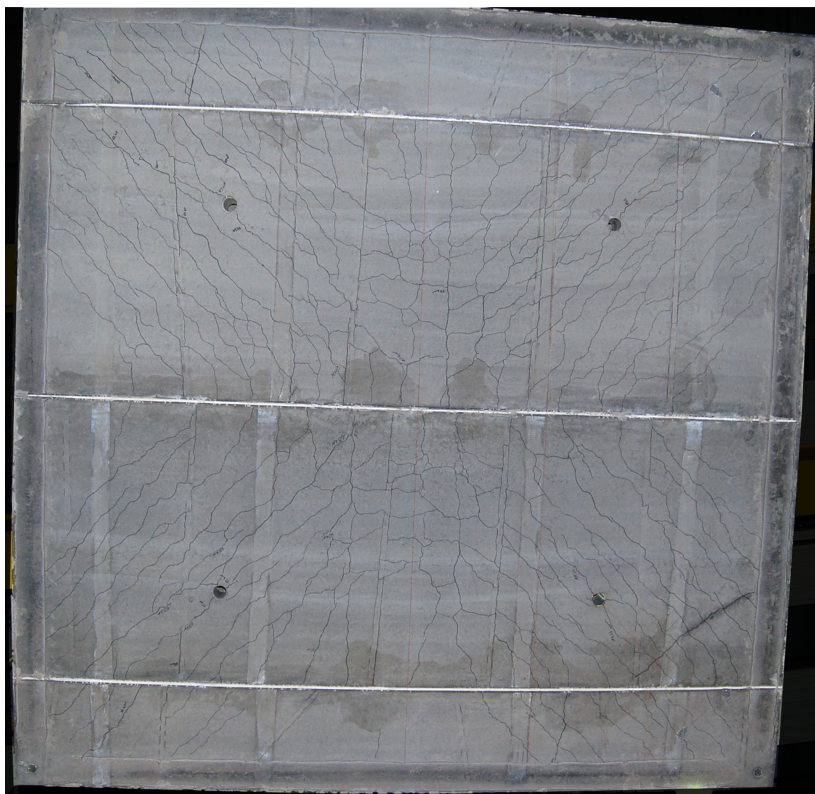


Abb. 6.32.: Versuchsplatte 3: Rissbild, Plattenunterseite

6.5.2.2. Rissentwicklung auf der Plattenoberseite

Auf der Plattenoberseite stellen sich die ersten Risse ab einer Beanspruchung von 70 kN quer zur Plattendiagonalen im Eckbereich ein (vgl. Tabelle 6.6). Erst bei weiterer Laststeigerung entstehen weitere parallele Risse in Richtung Plattenmitte. Die obere Eckbewehrung sorgt für eine gleichmäßige Verteilung der Risse. Aber auch in der dritten Versuchsplatte ohne obere Eckbewehrung entstehen weitere Risse. Allerdings weisen diese Risse einen geringfügig größeren Rissabstand auf (vgl. Abb. 6.33).

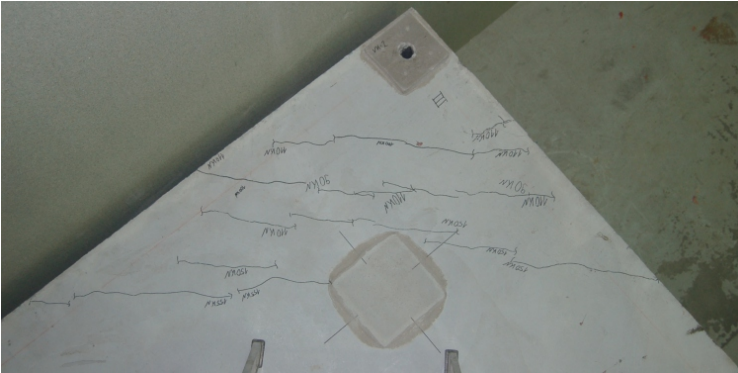
Tab. 6.6.: Zusammenstellung der Erstrisslasten auf Plattenoberseite im Eckbereich

Platte	experimentelle Risslasten Plattenoberseite [kN]
1	70,0
2	90,0
3	70,0

Platte 1



Platte 2



Platte 3

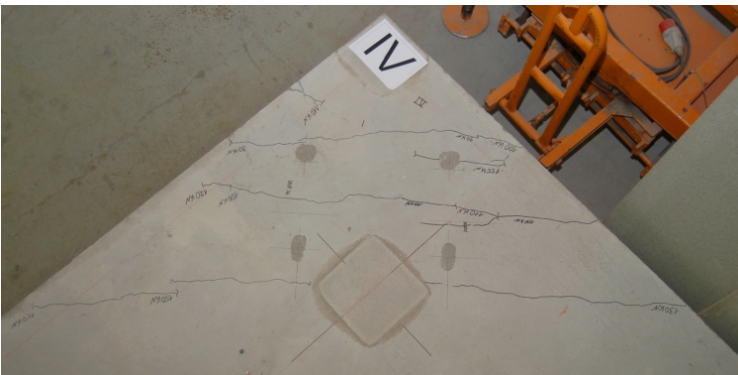


Abb. 6.33.: Vergleich der Rissbilder auf Plattenoberseite im Eckbereich der Platten 1 bis 3 nach abgeschlossener experimenteller Untersuchung

6.5.3. Bruchlasten und Verformungsverhalten

Die Versuchsplatten werden versuchsbedingt bei einer Pressenkraft von 0 kN bereits durch ihr Eigengewicht und durch das Gewicht der Versuchseinrichtung belastet. Im Nullzustand des Versuchsaufbaus wird die Platte somit bereits durch die Platte (56 kN) und die Versuchseinrichtung (20,7 kN) belastet. Dies entspricht einer Flächenlast von $q = 4,79 \text{ kN/m}^2$.

Das Last- Verschiebungsdiagramm zeigt, dass das Tragverhalten der drei untersuchten Platten nur geringfügig durch die vertikalen Elementfugen gestört wird (vgl. Abb. 6.29). Für die Elementfuge in Feldmitte ergibt sich rechnerisch eine Risslast von ca. $4 \cdot 10 \text{ kN}$. Eine deutliche Abminderung der Steifigkeit wird in den Diagrammen jedoch erst ab einer Pressenkraft von ca. $4 \cdot 50 \text{ kN}$ durch den Knick sichtbar. Obwohl der Stahl im Fertigteil in allen Platten ab einer Beanspruchung von ca. $4 \cdot 70 \text{ kN}$ die Streckgrenze erreicht, flacht der Graph nur geringfügig weiter ab. Aufgrund der guten Verbundeigenschaften des Stahls bilden sich breite Fließzonen entlang der Fließgelenklinien (für Quadratplatten die Plattendiagonalen) nach Bruchlinientheorie aus (vgl. Abbildungen 6.30 bis 6.32).

Das Tragverhalten von Stahlbetonplatten wird maßgebend durch das nichtlineare Werkstoffverhalten des Betons beeinflusst. Schon bei kleinen Durchbiegungen kommt es insbesondere bei Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung im Fugenbereich zu Rissbildung. Aufgrund dieser Rissbildung verschiebt sich die Dehnungsnulllinie und es entstehen Normalspannungen im Querschnitt. Bereits 1964 hat Schlaich [Sch64] den Einfluss von Normalkräften auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten untersucht. Allerdings sah er äußere Randbedingungen als ursächlich für das Entstehen von Normalkräften in Stahlbetonplatten. Die Untersuchungen zeigen jedoch, dass auch in Stahlbetonplatten mit horizontal verschieblicher Lagerung Normalkräfte entstehen, die das Tragverhalten der Platten günstig beeinflussen. In quadratischen Stahlbetonplatten entsteht ein Kreuzgewölbe mit sehr flachem Gewölbestich. Die am Fußpunkt des Gewölbes entstehenden horizontalen Auflagerkräfte werden durch die untere Bewehrungslage und einen umlaufenden Stahlbetonzugring kurzgeschlossen. Das Maximum des Lastabtrags durch Kreuzgewölbe ist nach Kurata [KS73] in Abhängigkeit von Plattenschlankheit und Bewehrungsgrad für quadratische, mit Betonstahl St 22/34 bewehrte Stahlbetonplatten mit folgender mathematischer Beziehung zu beschreiben (Gl. 6.1).

$$\frac{w_{max}}{h} \approx 70 \sqrt{\mu} \left(\frac{h}{l} \right)^2 \quad (6.1)$$

mit:

- w : Mittendurchbiegung
- h : Plattendicke
- μ : geometrischer Bewehrungsgrad
- l : Stützweite der Quadratplatte

Diese Beziehung erscheint jedoch für die vorliegenden Plattensysteme aufgrund der verwendeten Betonstähle (BSt 500) mit deutlich höherer Streckgrenze und den zusätzlich eingebauten Gitterträgern nicht anwendbar. Das Tragverhalten wird daher anhand

von wirklichkeitsnahen FE- Berechnungen untersucht. Eine ausführliche Beschreibung des Modells und der verwendeten Werkstoffparameter erfolgt in Kapitel 7.

In Abbildung 6.34 ist der Druckspannungsverlauf der Versuchsplatte 3 unter einer Pressenlast von 72 kN dargestellt. Die rechnerische Durchbiegung der Platte beträgt bei dieser Beanspruchung ca. $14,2\text{ mm}$. Der diagonale Verlauf der Hauptdruckspannungen von der Plattenmitte bis in die Plattenecke ist gut zu erkennen. Zusätzlich ist die starke Druckbeanspruchung in den Fugenbereichen der Platte zu erkennen. Infolge zunehmender Plattendurchbiegung unter steigender Beanspruchung reduziert sich der Gewölbestich sukzessive. Die Tragwirkung der Platten verändert sich vom Druckgewölbe mit Zugring zu einem Zugmembrantragverhalten der Betonstähle mit einem Betondruckring im Auflagerbereich. Der Betondruckring wird im vorliegenden System durch einen geschlossenen Rahmen gebildet. Bei weiterer Beanspruchung schlägt das System vergleichbar dem Schalenbeulen durch (vgl. auch [Sch76]). Bei weiterer Laststeigerung nehmen die Mittendurchbiegungen weiter zu. Ab einer Durchbiegung von $w \approx 0,2 \cdot h_{\text{Platte}}$ übernehmen Zugmembrankräfte einen maßgebenden Anteil am Lastabtrag quadratischer Stahlbetonplatten.

- Betondruckgewölbe mit Zugring im Auflagerbereich bis $w \leq 0,1 \cdot h$
- Zugmembran des Betonstahls mit Betondruckring im Auflagerbereich $w \geq 0,1 \cdot h$

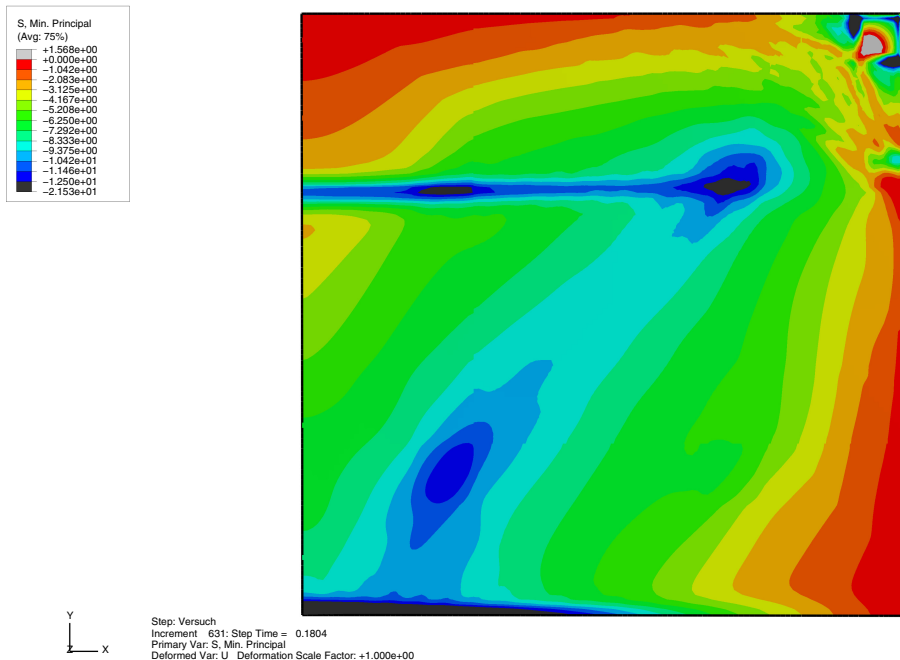


Abb. 6.34.: Plattenviertel Versuchsplatte 3, qualitativer Hauptdruckspannungsverlauf auf der Plattenoberseite bei einer aufgebrachtten Pressenkraft von 72 kN

Mit zunehmender Durchbiegung nimmt dieser Zugmembranspannungsanteil weiter zu und der Anteil der Biegetragwirkung nimmt aufgrund der steigenden Mittelachsende-

nung immer weiter ab, bis die Platte die Lasten ausschließlich über Zugmembrankräfte abträgt. Aufgrund der sukzessiven Rissbildung unter steigender Beanspruchung ist ein offensichtliches Durchschlagen der Platte nicht zu erkennen. Das Gleichgewicht der in der Bewehrung wirkenden Normalkräfte wird über einen Druckring im Beton hergestellt. Mit Brechen der ersten Bewehrungsstäbe wird die Versuchsdurchführung beendet. Zu diesem Zeitpunkt haben sich bereits erste durchgehende Membranrisse in Plattenmitte gebildet. Die erste Versuchsreihe musste aufgrund einer Schiefstellung in der Waagebalkenkonstruktion bereits vor dem Bruch des ersten Bewehrungsstabes beendet werden.

Die Ermittlung der vorhandenen Tragfähigkeit erfolgt unter Anwendung des nichtlinearen Verfahrens zur Ermittlung der Schnittgrößen nach DIN 1045-1 [DIN08]. Hierbei wird der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit erfüllt, wenn die Sicherheit gegen Systemversagen größer als 1,3 gegenüber dem Querschnittsversagen unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte für Beton ($\gamma = 1,5$) und Betonstahl ($\gamma = 1,15$) ist [DIN08]. Für die Ermittlung der Querschnitttragfähigkeit werden die experimentell ermittelten Werkstoffkennwerte angesetzt und mit den oben genannten Teilsicherheitsbeiwerten abgemindert. Die Würfeldruckfestigkeit wird in die anzusetzende Zylinderdruckfestigkeit umgerechnet. Zusätzlich wird die Druckfestigkeit mit dem Langzeitfaktor $\alpha = 0,85$ abgemindert. Die kritischen Dehnungen des Betonstahls werden auf ($\varepsilon = 0,025$) begrenzt.

In Tabelle 6.7 sind die Sicherheiten der Versuchsplatten gegenüber einem möglichen Systemversagen angegeben. Die Sicherheiten aller Versuchsplatten liegen deutlich über dem nach DIN 1045-1 geforderten Wert von 1,3.

Tab. 6.7.: Vorhandene rechnerische Sicherheit der Versuchsplatten gegenüber Systemversagen

Platte	Vorhandene Sicherheit η
1	1,70
2	1,89
3	1,79

Während der Versuchsdurchführung konnte eine geringe Schiefstellung der Versuchseinrichtung nicht verhindert werden. Bei einer Pressenkraft von ca. 90 kN (Platte 1) bzw. 110 kN (Platten 2,3) ist daher die Last abgelassen worden und die Lasteinrichtungskonstruktion erneut ausgerichtet worden. Nach der Neuausrichtung der Lasteinrichtung werden die Platten bis zum Versagen eines ersten Bewehrungsstabes beansprucht. Die Traglasten der Platten 1 und 3 sind nahezu identisch. Sowohl die Festigkeiten des Fertigteils als auch die der Ortbetonergänzung sind für beide Platten nahezu gleich. Somit sind die Auswirkungen der zusätzlichen vertikalen Elementfugen in Platte 3 sowie der nicht vorhandenen oberen Eckbewehrung bei ansonsten gleicher Ausführung der Bewehrung auf ihr Gesamttragverhalten gering.

Die zweite Platte hingegen zeigt ein deutlich steiferes Tragverhalten als die beiden übrigen Versuchskörper. Die Platte weist eine um ca. 30 % höhere Druckfestigkeit des

Ortbetons sowie eine um ca. 35 % größere Spaltzugfestigkeit auf. Aufgrund der deutlich größeren Zugfestigkeiten der Ortbetonergänzung kommt es erst bei höheren Lastniveaus zur Rissbildung im Fugenbereich. Dies ist durch den steileren Verlauf des Graphen im Last-Verschiebungsdiagramm zu erkennen (vgl. Abb. 6.29).

6.5.4. Entwicklung der Eckkräfte nach Kirchhoff-Theorie (Czerny)

In den folgenden Diagrammen (vgl. Abb. 6.35 bis 6.37) ist die Entwicklung der Eckkräfte dargestellt. Die Plattenecken werden direkt nach Einbau, also unter Eigengewichtseinfluss, vertikal gegen mögliches Abheben gesichert. Die Muttern der Gewindestangen zur Abtragung der Auflagerreaktionen werden handfest mit einem Schlüssel angezogen. In den Diagrammen wird die Eckkraft aus linear elastischer Berechnung nach Czerny als Vergleichswert mit angegeben. In allen drei Diagrammen ist zu erkennen, dass die Eckkraft zunächst geringer steigt als der Vergleichswert nach Elastizitätstheorie. Erst mit deutlicher Zunahme der Durchbiegungen im Last- Verschiebungsdiagramm (vgl. Abb. 6.29) nehmen auch die Eckkräfte deutlich zu. In Abbildung 6.35 ist ein deutlicher Abfall der Eckkraft infolge Rissbildung auf der Plattenoberseite zu erkennen. Die ermittelten Eckkräfte stimmen ab einer Pressenkraft von ungefähr 70 kN mit den elastisch ermittelten Eckkräften überein. Wie zu erwarten, zeigt die dritte Versuchsplatte im ungerissenen Zustand eine ähnliche Entwicklung der Eckkraft wie die beiden anderen Versuchskörper. Erst mit einsetzender Rissbildung fällt die Eckkraft bei einer Pressenkraft von ca. 70 kN deutlich ab (vgl. Abb. 6.37). Ab einer Beanspruchung von ca. 75 kN steigt die Eckkraft mit der Ausgangssteigung weiter an. Offenbar ermöglichen die im Eckbereich der Platte eingebauten Gitterträger eine Kraftübertragung über die Rissufer. Die Bruchlast wird somit nicht durch ein Versagen im Eckbereich, sondern durch einen Bruch der Bewehrung in Feldmitte erreicht. Um ein Abbrechen der Ecken im Falle einer Platte mit vertikaler Elementfuge im Eckbereich ohne obere Eckbewehrung zu verhindern, werden randparallel verlegte Gitterträger mit einem maximalen Randabstand von 100 mm empfohlen.

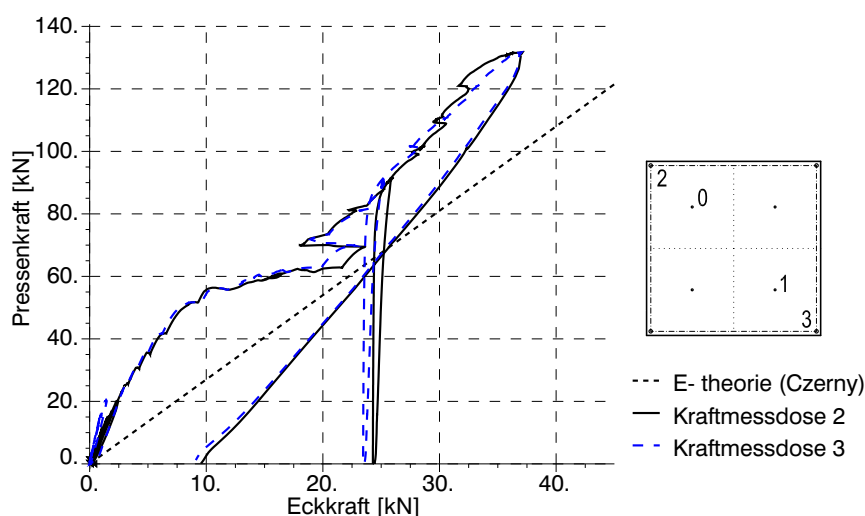


Abb. 6.35.: Platte 1, Entwicklung der Eckkräfte – Messwerte im Vergleich mit Elastizitätstheorie (Czerny [Cze72])

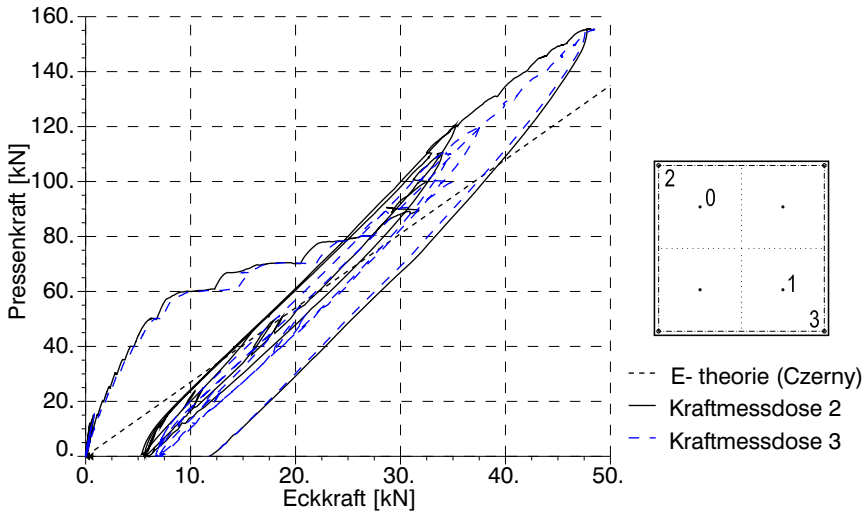


Abb. 6.36.: Platte 2, Entwicklung der Eckkräfte – Messwerte im Vergleich mit Elastizitätstheorie (Czerny [Cze72])

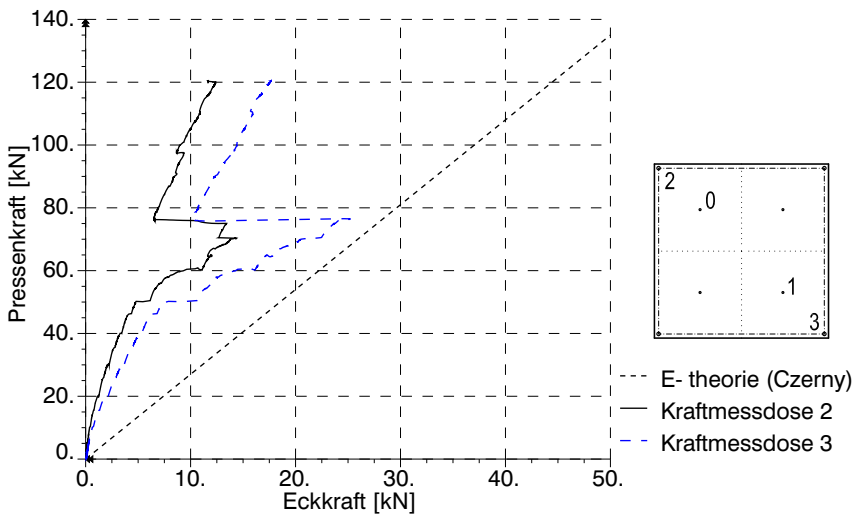


Abb. 6.37.: Platte 3, Entwicklung der Eckkräfte – Messwerte im Vergleich mit Elastizitätstheorie (Czerny [Cze72])

7. Wirklichkeitsnahe dreidimensionale Simulation des Tragverhaltens der Versuchsplatten

7.1. Allgemeines

In diesem Kapitel folgt die numerische Simulation der in Kapitel 6 dargestellten Versuchsreihe an Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung. Die Analyse des Plattentragverhaltens erfolgt mit verschiedenen FE- Modellen. Sowohl eine wirklichkeitsnahe Abbildung der Geometrie als auch des Werkstoffverhaltens sind wesentliche Schwerpunkte dieser dreidimensionalen Simulation des Tragverhaltens.

Alle experimentell untersuchten Versuchsplatten werden entsprechend ihrer realen Abmessungen wirklichkeitsnah mit Volumenelementen abgebildet. Somit werden sowohl der Einfluss vertikaler Elementfugen als auch die unterschiedlichen Werkstoffkennwerte für Fertigbeton und Ortbetonergänzung im Modell berücksichtigt. Die wirklichkeitsnahe Abbildung des Werkstoffverhaltens erfolgt mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Werkstoffmodell *concrete damaged plasticity* von *abaqus*. Das Nachbruchverhalten wird entsprechend dem in Kapitel 5 entwickelten Ansatz berücksichtigt.

Desweiteren folgt eine Untersuchung zum Einfluss der Lagermodellierung auf das Tragverhalten. In einer ersten Untersuchung wird die Lagerung über die Querschnittshöhe als starr angenommen. Anschließend wird auch die Lagerung wirklichkeitsnah numerisch modelliert.

7.2. Experimentell ermittelte Werkstoffkennwerte

7.2.1. Werkstoffkennwerte des verwendeten Bewehrungsstahls

Die gesamte Bewehrung der durchgeführten Versuchsreihe wird aus einer Charge hergestellt. Das im Folgenden dargestellte Last-Verformungsverhalten der im Versuch verwendeten Bewehrungsstähle gilt somit für alle drei Versuchsplatten. Lediglich die Betonstähle der Gitterträger stammen aus einer zusätzlichen Lieferung. Die Beschreibung der Arbeitslinie erfolgt programmintern mit einer multilinearen äquivalenten Spannungs-Dehnungslinie. Der verwendete Bewehrungsstahl verfügt über ein ausgeprägtes Fließplateau. Die hohe Duktilität des Betonstahls führt zu hohen Dehnungen im Fließbereich. Das Fließen erfolgt unter Annahme eines gleichbleibenden Volumens, folglich sind die großen Dehnungen mit einer Abnahme der aktuellen Querschnittsfläche verbunden. In *Abaqus* werden die Spannungen aus diesem Grund auf die aktuelle Querschnittsfläche bezogen. Spannungen, die sich auf die aktuelle Querschnittsfläche

che beziehen, werden als wahre Spannungen bezeichnet. Die im Versuch ermittelten Spannungs-Dehnungslinien werden wie folgt umgerechnet:

$$\epsilon_w = \ln(1 + \epsilon) \quad (7.1)$$

$$\sigma_w = \sigma(1 + \epsilon) \quad (7.2)$$

Die Unterschiede, die sich unter großen Dehnungen für die Arbeitslinien des in der Versuchsreihe eingesetzten Bewehrungsstahls ergeben, sind in Abbildung 7.1 erkennbar.

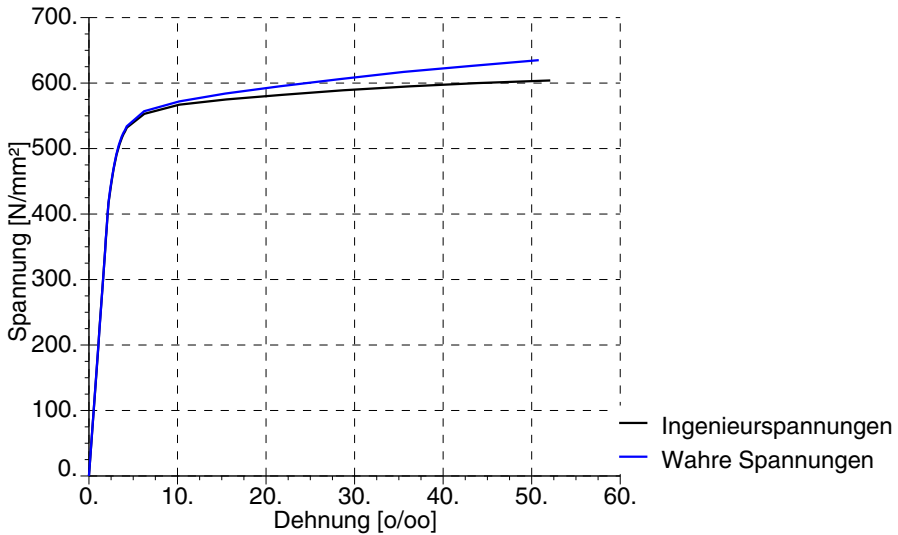


Abb. 7.1.: Experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungslinien für einen Bewehrungsstahl d=6mm

7.2.2. Werkstoffkennwerte der verwendeten Betone

Für die Versuchsplatten werden sowohl für den Fertigteil- als auch den Ortbeton die in Abschnitt 6.2.4 experimentell ermittelten Druck- und Zugfestigkeiten angesetzt. Zwischenwerte der äquivalenten Spannungs-Dehnungslinien werden für beide Betone unter Berücksichtigung der Druckfestigkeit nach DIN 1045-1 [DIN08] ermittelt (vgl. Gl. 7.3).

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \left(\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \right) \quad (7.3)$$

mit:

$$\eta = \epsilon_c / \epsilon_{c1} \quad \text{Plastizitätszahl}$$

$$k = -1,1 \cdot E_{c0m} \cdot \epsilon_{c1} / f_{cm}$$

Zusätzlich sind der Elastizitätsmodul und die Spaltzugfestigkeit an Zylinderproben für jede Versuchsplatte bestimmt worden. Die Spaltzugfestigkeit ist im Anschluss in die zentrische Zugfestigkeit umgerechnet worden (vgl. Gl. 7.4 und 7.5).

$$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot l \cdot d} \quad (7.4)$$

$$f_{ct} = 0,9 \cdot f_{ct,sp} \quad (7.5)$$

Zur vollständigen Beschreibung des concrete damaged plasticity Modells sind weitere Parameter wie z.B. Querdehnung, Exzentrizität, biaxiale Druckfestigkeit, Dilatanzwinkel, K und die Viskosität zu definieren. Die experimentelle Bestimmung dieser Kennwerte ist sehr aufwendig bzw. physikalisch nur schwer zu messen. Zudem ist in einigen Veröffentlichungen gezeigt worden, dass die Auswirkung einzelner Kennwerte mitunter verschwindend geringe Auswirkungen auf das Tragverhalten hat. Aus diesem Grund sind die zur vollständigen Beschreibung des Werkstoffmodells noch fehlenden Werte entsprechend den Empfehlungen angesetzt worden [HKS08]. In Tabelle 7.1 sind die in der Simulation für Platte 1 angesetzten Werte zusammengestellt. Die Definition des Nachbruchverhaltens des Betons für den bewehrten und unbewehrten Zustand der Platte 1 ist der Abbildung 7.2 zu entnehmen. Die übrigen Kennwerte der Versuchsplatten 1 und 2 können den Abbildungen im Anhang entnommen werden (vgl. Kapitel A).

Tab. 7.1.: Platte 1: Materialkennwerte der beiden Betone sowie verwendete Kennwerte für das Werkstoffmodell

		Ortbeton	Fertigteilbeton
Elastizitätsmodul	N/mm^2	22475	33650
Querdehnzahl		0,16	0,16
Druckfestigkeit	N/mm^2	32,00	49,51
biaxiale Festigkeit unter ($\sigma_1 = \sigma_2$)	-	1,16	1,16
zentrische Zugfestigkeit	N/mm^2	1,59	2,21
Dilatanzwinkel	°	37	37
Exzentrizität		0,1	0,1
K	-	0,666	0,666
Viskosität	Ns/mm^2	0,0001	0,0001

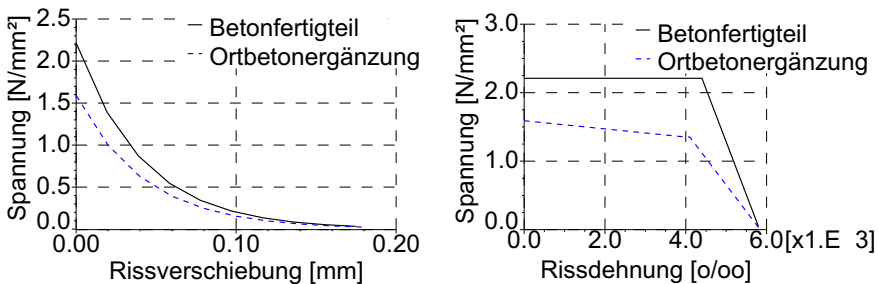


Abb. 7.2.: Platte 1: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell

In den folgenden Berechnungen wird die Bewehrung diskret mit Stabelementen abgebildet und in die Volumenelemente des Betons eingebettet. Bei dieser Art der Modellierung kann das entfestigende Werkstoffverhalten des Betons unter Zugbeanspruchung dazu führen, dass umliegende Betonelemente nicht zum Lastabtrag herangezogen werden (vgl. Abschnitt 5.6). In den folgenden Berechnungen wird der Tension-Stiffening Effekt entsprechend dem in Kapitel 5 entwickelten Ansatz daher nur in Bewehrungsnähe in einer Schicht mit der dreifachen Bewehrungsstärke angesetzt. In allen übrigen unbewehrten Plattenbereichen wird das Nachbruchverhalten eines unbewehrten Betons angesetzt. In diesen Bereichen können somit Lokalisierungseffekte (vgl. Abschnitt 3.1.1) auftreten. Abbildung 7.3 zeigt eine Modellplatte mit farblicher Kennzeichnung unterschiedlicher Werkstoffbereiche. Die Bereiche mit berücksichtigtem Tension-Stiffening Anteil sind rot bzw. hellbraun dargestellt. Der Plattenbereich außerhalb des Bewehrungseinflusses mit entfestigendem Werkstoffverhalten ist grau eingefärbt.

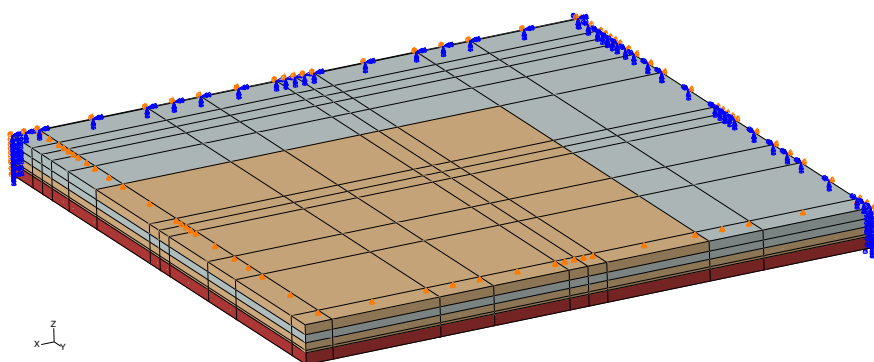


Abb. 7.3.: 3D-Modell einer Versuchsplatte mit farblicher Kennzeichnung unterschiedlicher Werkstoffdefinitionen

Um eine „künstliche“ Erhöhung der Traglast infolge des angesetzten Tension-Stiffening Ansatzes zu vermeiden, werden die Betonspannungen mit Erreichen der Streckgrenze des Stahls auf Null abgemindert. In den übrigen Bereichen erfolgt ausschließlich eine Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens von unbewehrtem Beton mit einem Ansatz nach Winkler [Win01] und CEB-FIP [CEB91]. Die mit den zuvor beschriebenen Ansätzen ermittelten Graphen zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens sind in den Abbildungen im Anhang (vgl. Abb. A.1 bis Abb. A.3) dargestellt.

Ein wichtiger Parameter bei wirklichkeitsnahen Simulationen des Tragverhaltens von schwach bewehrten Stahlbetonstrukturen ist die Zugfestigkeit des Betons. Die experimentelle Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit einer Betonprobe ist aufgrund seines entfestigenden Werkstoffverhaltens aufwendig. In der Praxis wird daher häufig die Biegezugfestigkeit im 4- Punktbiegeversuch ermittelt und näherungsweise in die einachsige Zugfestigkeit umgerechnet.

Erst eine Abminderung der experimentell ermittelten Zugfestigkeit auf ca. 60 % führt in vielen Nachrechnungen zu guten Übereinstimmungen des berechneten und experimentell ermittelten Last- Verformungsverhaltens (vgl. auch Pfeiffer [Pfe04] und Pardey [Par94]). Offenbar wird die Risslast in Stahlbetonstrukturen von weiteren Einflüs-

sen, die mit Spaltzugversuchen oder einem Biegebalken aus Ortbeton nur unzureichend ermittelt werden können, beeinflusst. Vermutlich erzeugt der Hydrationsprozess einen Eigenspannungszustand im Beton. Gegenüber einer unbewehrten Probe mit einer Ausgangsspannung von $\sigma_0 = 0$, wird die Zugfestigkeit bei bewehrten Zugproben mit $\sigma_0 > 0$ bereits bei einer geringeren äußeren Beanspruchung erreicht.

7.3. Modellierung der Geometrie

7.3.1. Allgemeines

Die in Kapitel 6 beschriebene Plattengeometrie wird im Folgenden mit der Methode der Finiten Elemente unter Berücksichtigung der zuvor beschriebenen Materialkennwerte dreidimensional diskretisiert. Hierbei wird die Bewehrung über zweiknotige Stabelemente abgebildet und in die umgebenden Volumenelemente der Betonstruktur eingebettet. Diese Art der Modellierung bietet zum einen den Vorteil, dass die Eckknoten der Betonelemente und die Knoten der Stabelemente nicht in ihren Koordinaten übereinstimmen müssen. Die Kontinuumelemente können demnach unabhängig von der zu berücksichtigenden Bewehrung angeordnet werden. Gerade das räumliche Fachwerk der Gitterträger würde zu einer sehr komplexen Struktur der Betonelemente führen. Desweiteren wird so eine relativ schnelle Anpassung des Elementnetzes an erste Untersuchungsergebnisse ermöglicht, da nur die Betonstruktur neu vernetzt werden muss. Allerdings kann eine Einbettung bislang nur in Volumenelemente mit einem linearen Verschiebungsansatz erfolgen. In einer Konvergenzstudie [Grö08b] konnte gezeigt werden, dass das Biegetragverhalten sehr gut mit Elementen mit inkompatiblen Moden bei vertretbarem Rechenaufwand approximiert werden kann.

Die Abbildung der Plattengeometrie erfolgt mit 8 Kontinuumelementen über die Querschnittshöhe. Die Elemente weisen nahezu gleichlange Kanten auf, um den Einfluss der Netzsensitivität möglichst gering zu halten. Eine sinnvolle Anpassung der Elementgröße innerhalb einer Struktur erfolgt üblicherweise über Prisma- bzw. Tetraederelemente. In der vorliegenden Problemstellung würde eine Netzanpassung im Bereich der Lasteinleitungsstellen sowie im Bereich der vertikalen Elementfugen sehr viele Verfeinerungsbereiche erfordern. Zusätzlich neigen Prisma- bzw. Tetraederelemente dazu, das reale Tragverhalten zu steif abzubilden [Grö08b]. Aus den oben genannten Gründen erfolgt die Diskretisierung der Plattenstrukturen daher einheitlich mit Quadelementen.

Das Tragverhalten der Platten ändert sich unter steigender Beanspruchung mit der resultierenden Durchbiegung. Bereits ab einer Durchbiegung von ca. $w = 0,2 \cdot h$, dies entspricht einem Wert in Feldmitte von $w = 28 \text{ mm}$, nimmt das Membranverhalten deutlich zu. Um diesen Einfluss auch im Modell berücksichtigen zu können, erfolgen die Berechnungen unter Berücksichtigung großer Verformungen.

Für alle Modelle, die im Folgenden beschrieben werden, wird die doppelte Symmetrie der Plattenstruktur genutzt. Die Abbildungen und Systemabmessungen beziehen sich aus diesem Grund immer auf ein Plattenviertel, auch wenn im Einzelnen nicht mehr darauf hingewiesen wird.

7.3.2. Definition der Randbedingungen

Eine weitere wichtige Aufgabe bei der wirklichkeitsnahen Simulation des Tragverhaltens kommt der Definition der Randbedingungen zu. In den vertikalen Symmetrieebenen werden alle drei Modellplatten in Normalenrichtung unverschieblich und vertikal verschieblich gelagert.

Die Definition der Lagerungsbedingungen erfolgt für Platte 1 zunächst unter der Annahme geringer Verdrehungen der Auflagerachse. Es werden alle Knoten, die in der Auflagerebene liegen, vertikal unverschieblich gelagert (vgl. Abb. 7.4). Kleine Verdrehungen können sich somit in der Auflagerachse unbehindert einstellen.

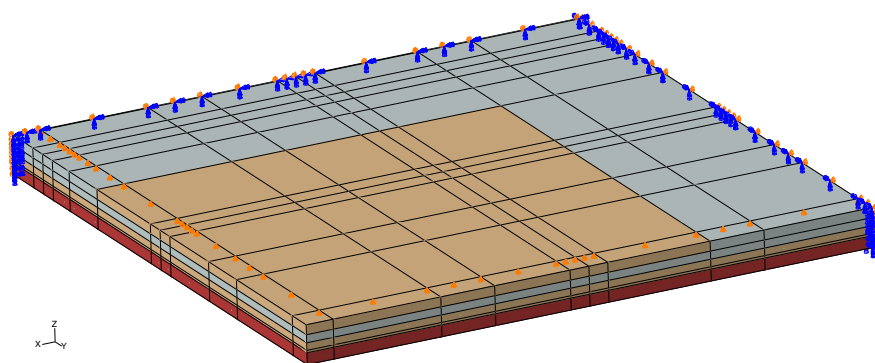


Abb. 7.4.: 3D- Modell der Versuchsplatte 1: System und Lagerungsbedingungen

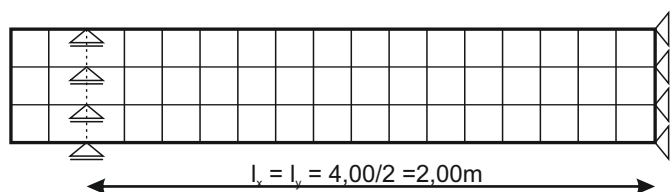


Abb. 7.5.: Schematische Darstellung der Lagerung des Platten Viertels im Schnitt

Die Ergebnisse dieses Modells haben jedoch gezeigt, dass sich in der Auflagerachse auf der Plattenoberseite Risse bilden, die vermutlich aus der vereinfachten Definition der Randbedingungen resultieren (vgl. Abschnitt 7.5).

In den weiteren Modellen der Versuchsplatten 2 und 3 werden daher auch der Auflagerahmen und die Mörtelschicht abgebildet. Ein Abheben der Platte im Randbereich wird über Kontaktelemente ermöglicht (vgl. Abb. 7.7). Es können somit nur vertikale Druckkräfte entlang der Linienlagerung aufgenommen werden. Ein Abheben der Ecken wird wie in der Versuchsdurchführung erst nach Aufbringen des Eigengewichts behindert (vgl. Abb. 7.6).

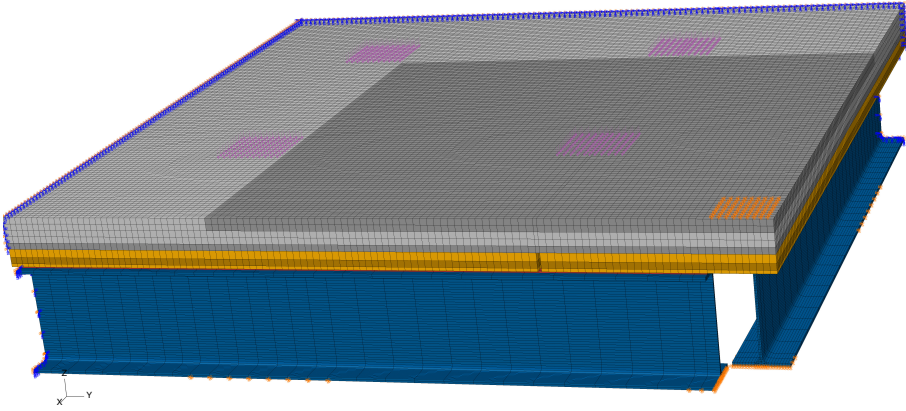


Abb. 7.6.: 3D-Modell der Versuchsplatten 2 und 3: Die berücksichtigten Randbedingungen sind mit gelben und blauen Farben dargestellt

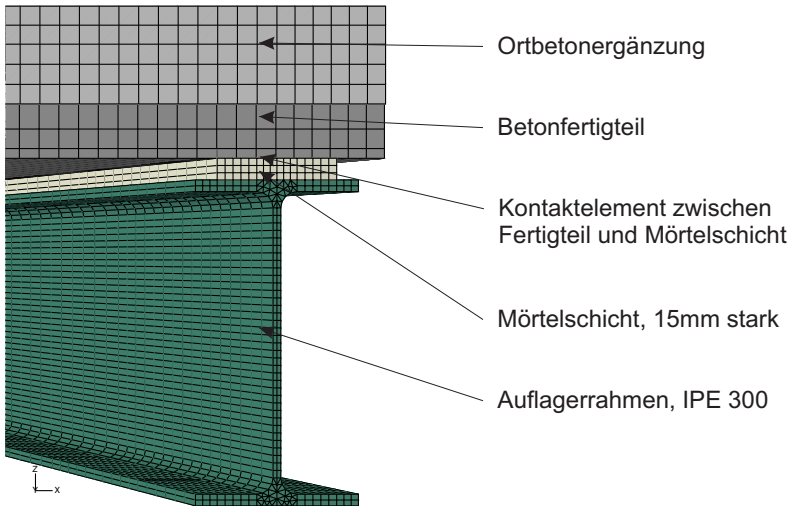


Abb. 7.7.: Simulation der Randbedingungen, Detail

7.3.3. Diskretisierung der Bewehrung

Im ungerissenen Zustand verhält sich Stahlbeton nahezu linear-elastisch. Mit zunehmender Rissbildung wird das Tragverhalten von Stahlbetonstrukturen jedoch maßgebend von der eingelegten Bewehrung bestimmt. Die Biegesteifigkeit der eingesetzten Betonstähle ist mit $\varnothing 6\text{mm}$ gering. Die Bewehrung der Versuchsplatten kann daher näherungsweise mit eindimensionalen Stabelementen diskretisiert werden. Das räum-

liche Fachwerk der Gitterträger wird wirklichkeitsnah abgebildet. In den Knotenpunkten des Fachwerks werden die aufeinandertreffenden Knoten der Stäbe miteinander verschmolzen. Die Modellierung der Verbundeigenschaften erfolgt mit dem in Kapitel 5 entwickelten Tension-Stiffening Ansatz. Hierbei wird der Beton im Bereich der gerippten Untergurte als bewehrter Beton und der Beton im Bereich der glatten Diagonalen und des glatten Obergurtes als unbewehrt definiert. Abbildung 7.8 zeigt die diskret berücksichtigte Bewehrung der Versuchsplatte 1.

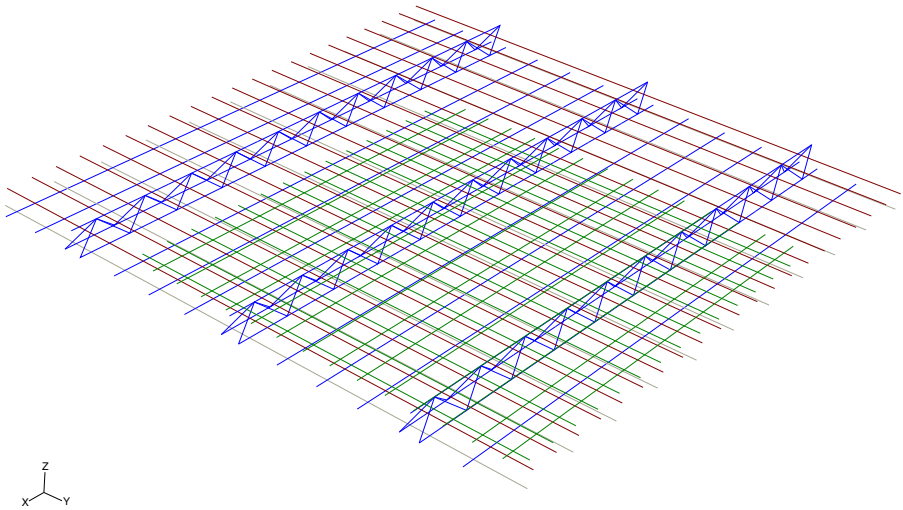


Abb. 7.8.: 3d- Modell der Versuchsplatte 1: Diskrete Modellierung der Bewehrung mit Stabelementen

7.4. Einwirkungen

Die Einwirkungen werden wie im Versuch kraftgesteuert aufgebracht. Im Versuch erfolgt die Lastverteilung der eingeleiteten Pressenkraft über die Waagebalkenkonstruktion auf die insgesamt 16 Flächenlasten mit einer Aufstandsfläche von 20 x 20 cm. Um die Modellgröße nicht unnötig auszuweiten, werden die Lasten im Modell direkt auf die Plattenoberfläche aufgebracht. Die Berechnung erfolgt unter Berücksichtigung von Zeitschritten. Die Gesamtlast wird wie im Versuch in drei Lastfällen wie folgt nacheinander aufgebracht:

1. Eigengewicht
2. Versuchseinrichtung
3. Versuchsbelastung

Ein Abheben der Ecken wird nach Aufbringen des Eigengewichts verhindert. Um eine direkte Ablesung der aufgetragenen Flächenlast in den jeweiligen Laststeps zu ermöglichen, wird als Maximallast zum Zeitpunkt $t = 1,0 \text{ s}$ eine Einheitslast von 100 kN/m^2

angesetzt, diese entspricht einer Beanspruchung von umgerechnet $2,5 \text{ N/mm}^2$ auf die vier Lastflächen des Plattenviertels (vgl. Abb. 7.9).

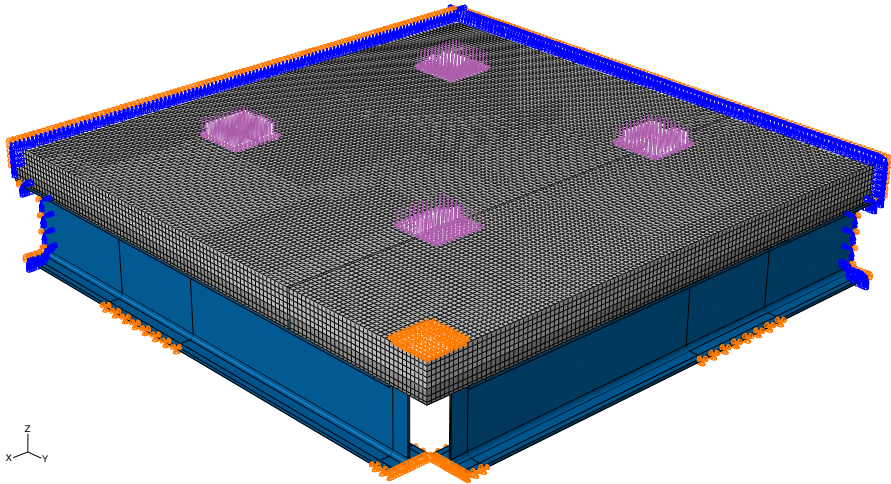


Abb. 7.9.: 3D- Modell: Belastung infolge Eigengewicht, Versuchseinrichtung und Versuchsbelastung verteilt auf vier Teilflächen à 200 x 200 mm

7.5. Tragverhalten der Modellplatten im Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen

7.5.1. Berechnete Durchbiegungen

In den Abbildungen 7.10 bis 7.12 werden die Last- Verschiebungsdiagramme der nicht-linearen FE- Berechnungen mit den experimentell ermittelten Kurven verglichen. Die zugversteifende Wirkung des Betons zwischen den Rissen wird in den Modellen näherungsweise berücksichtigt. Obwohl in CEB-FIP Model Code 90 [CEB91] das Tension-Stiffening auch oberhalb der Streckgrenze berücksichtigt wird, wird in den vorliegenden Berechnungen der Tension-Stiffening Effekt mit Erreichen der Streckgrenze auf Null abgemindert. Die zugversteifende Wirkung wird ausschließlich in unmittelbarer Nähe zur Bewehrung angesetzt. In den übrigen Bereichen wird das Nachbruchverhalten eines unbewehrten Betons angesetzt.

Die berechneten Graphen der Versuchsplatten zeigen eine sehr gute Annäherung an die experimentell ermittelten Kurven. Einen großen Einfluss auf das Tragverhalten der Platte hat die Risslast. Die in Abschnitt 7.2 beschriebene Abminderung der Zugfestigkeit auf 60 % der experimentell ermittelten Werte sorgt demnach für eine gute Abbildung des wirklichen Tragverhaltens (vgl. [Pfe04] und [Par94]). Erst im Bereich großer Durchbiegungen reagieren die räumlichen Modelle deutlich weicher als die Versuchsplatten. Ein möglicher Grund liegt hierfür in der Vernachlässigung des Tension-Stiffening Effekts oberhalb der Streckgrenze des Bewehrungsstahls. Die wirklichkeits-

7. Wirklichkeitsnahe dreidimensionale Simulation des Tragverhaltens der Versuchsplatten

nahe Modellierung der Lagerungsbedingungen der Modelle zwei und drei wirkt sich offenbar nur geringfügig auf das globale Tragverhalten der Platte aus.

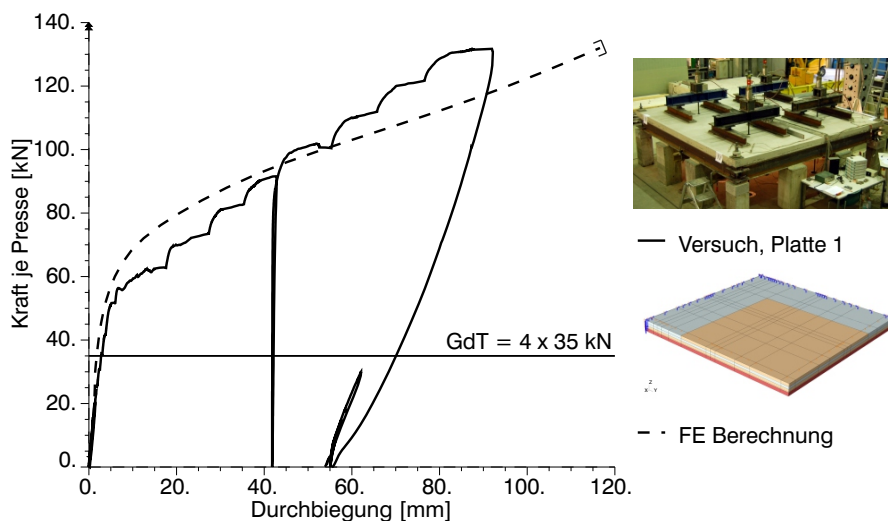


Abb. 7.10.: Platte 1, Last- Durchbiegungsdiagramm, Vergleich der Ergebnisse aus physikalisch nichtlinearer FE- Berechnung und experimenteller Untersuchung

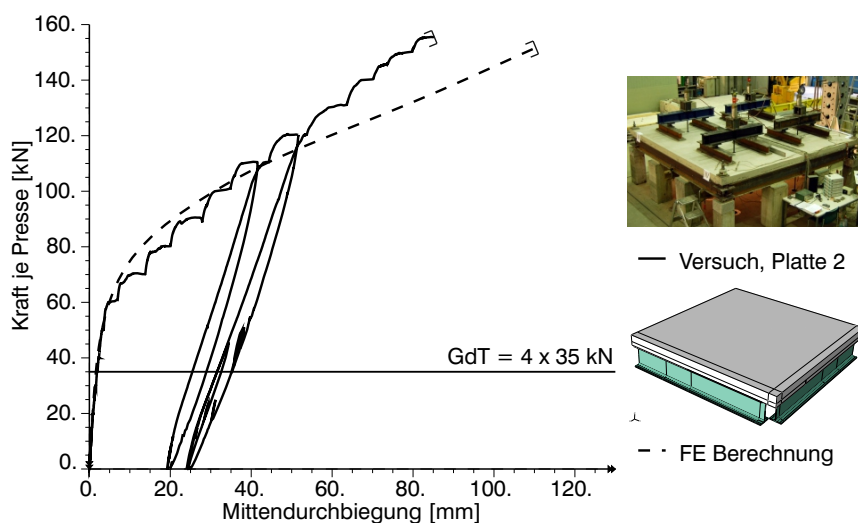


Abb. 7.11.: Platte 2, Last- Durchbiegungsdiagramm, Vergleich der Ergebnisse aus physikalisch nichtlinearer FE- Berechnung und experimenteller Untersuchung

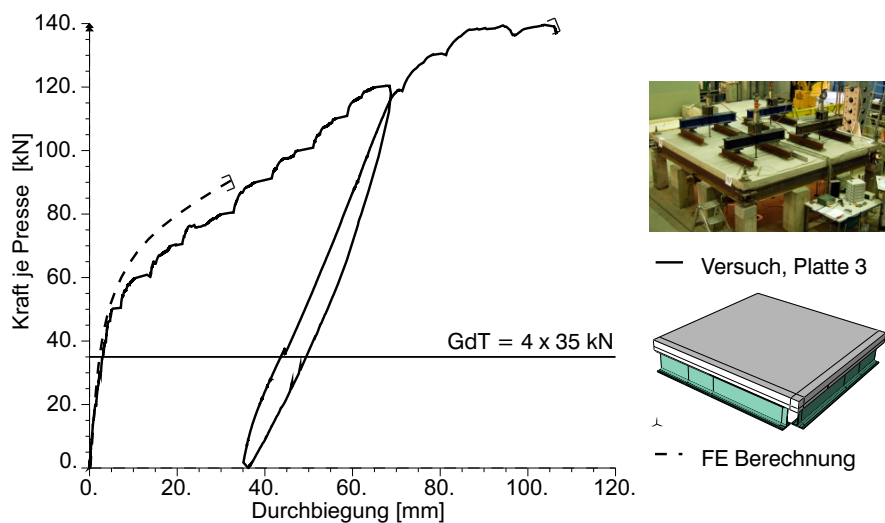


Abb. 7.12.: Platte 3, Last- Durchbiegungsdiagramm, Vergleich der Ergebnisse aus physikalisch nichtlinearer FE- Berechnung und experimenteller Untersuchung. Konvergenzprobleme führten zum Abbruch der Simulation bei einer Pressenkraft von ca. 92,5 kN.

7.5.2. Berechnete plastische Dehnungen auf der Plattenunterseite

Bei dem verwendeten *concrete damaged plasticity* Modell zur Beschreibung des Betonverhaltens handelt es sich um ein sogenanntes verschmiertes Rissmodell. Die Gesamtdehnung setzt sich in diesem Modell additiv aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammen. Wird die Zugfestigkeit des Betons überschritten, entstehen plastische Dehnungsanteile. Diese plastischen Dehnungen werden gleichmäßig über die gesamte Elementlänge verteilt. Auch wenn in Wirklichkeit im beobachteten Bauteil nur ein Riss einer bestimmten Breite entsteht, so wird diese Rissbreite im Modell gleichmäßig auf die gesamte Elementlänge verteilt. Das qualitative Rissverhalten in globalen Untersuchungen zum Tragverhalten wird jedoch sehr gut simuliert. Über Lage und Größe der entstehenden plastischen Dehnungen können Rückschlüsse auf eine mögliche Rissverteilung gemacht werden. In den Abbildungen 7.13 bis 7.15 sind die berechneten Rissbilder der drei Modelle gegenübergestellt.

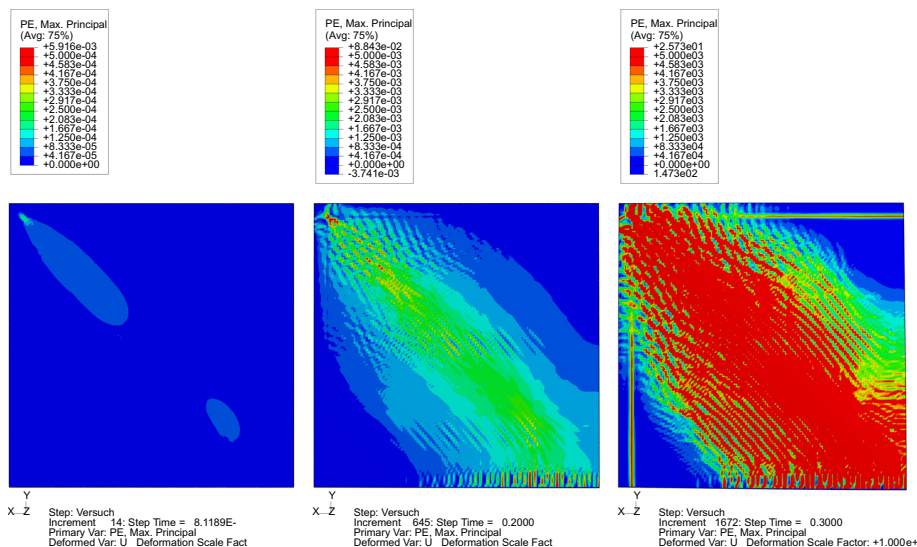


Abb. 7.13.: Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenunterseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung

Die Beanspruchung steigt in den Abbildungen von links nach rechts an. Die Belastungssteigerung ist deutlich an der Ausbreitung der gerissenen Bereiche entlang der Plattendiagonalen zu erkennen. Die schrittweise Steigerung der Last führt zu einer allmählichen Ausbreitung der Fließzonen über große Teile der Platte. Die rechnerisch ermittelten Rissbilder stimmen in guter Näherung mit den Rissstellen aus der experimentellen Untersuchung überein.

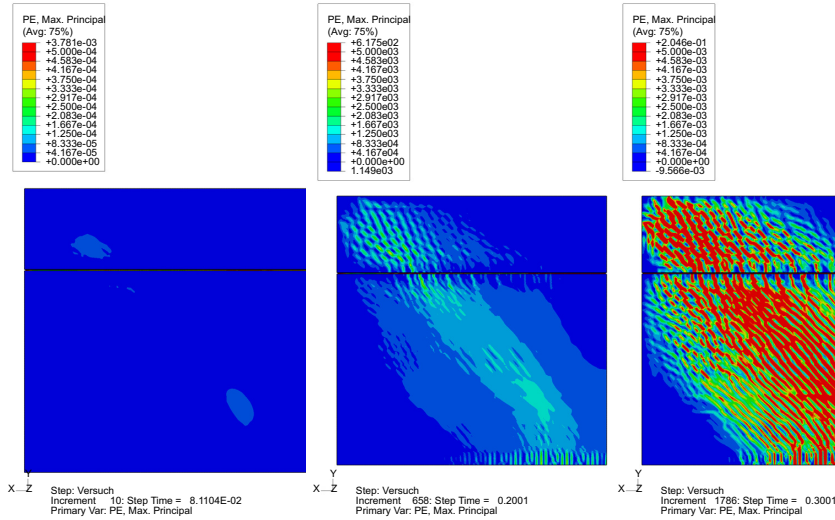


Abb. 7.14.: Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenunterseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung

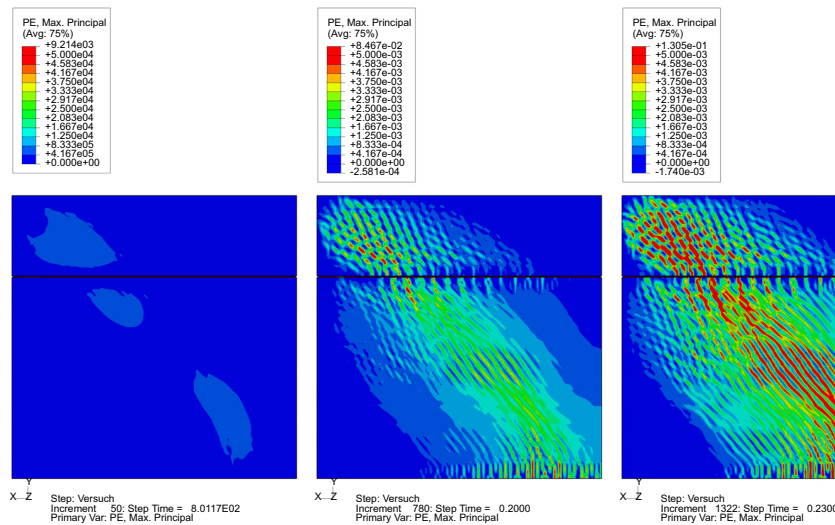


Abb. 7.15.: Plattenviertel Platte 3, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenunterseite im Feld unter steigender Beanspruchung

7.5.3. Berechnete plastische Dehnungen im Eckbereich auf der Plattenoberseite

In den folgenden Abbildungen 7.16 bis 7.18 ist die Rissentwicklung in den Modellen der Versuchsplatten dargestellt. Der erste Riss entsteht in den Modellplatten 2 und 3 unter einer Beanspruchung von 12 kN/m^2 . Dies entspricht einer Pressenkraft von 48 kN. In

7. Wirklichkeitsnahe dreidimensionale Simulation des Tragverhaltens der Versuchsplatten

den Versuchen ist der erste Riss jedoch erst bei einer Beanspruchung von 70 bzw. 90 kN entstanden. Die vertikale Elementfuge im Drillbereich führt zu einer Verlagerung der Tragwirkung in Richtung der Gitterträger. Dies entspricht den Beobachtungen, die während der Versuchsdurchführung gemacht wurden (vgl. Abb. 7.17 und Abb. 7.18).

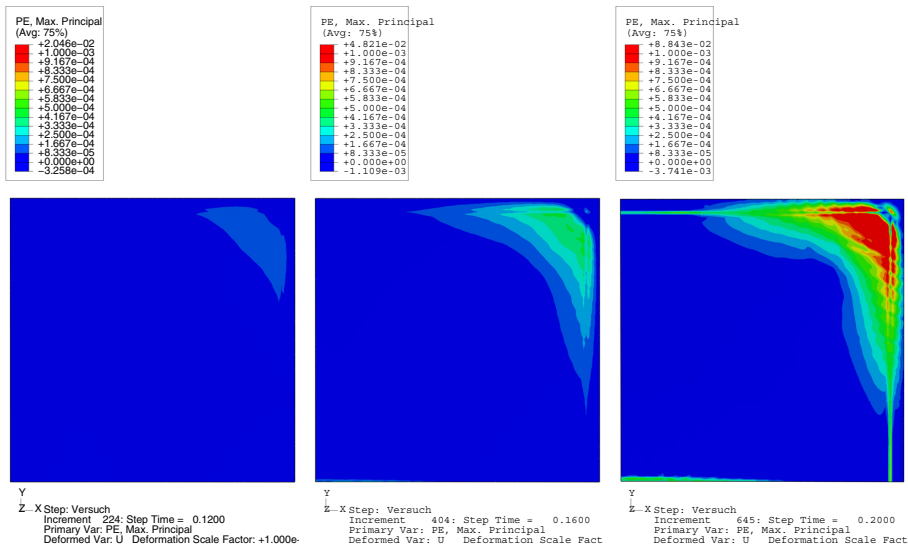


Abb. 7.16.: Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung

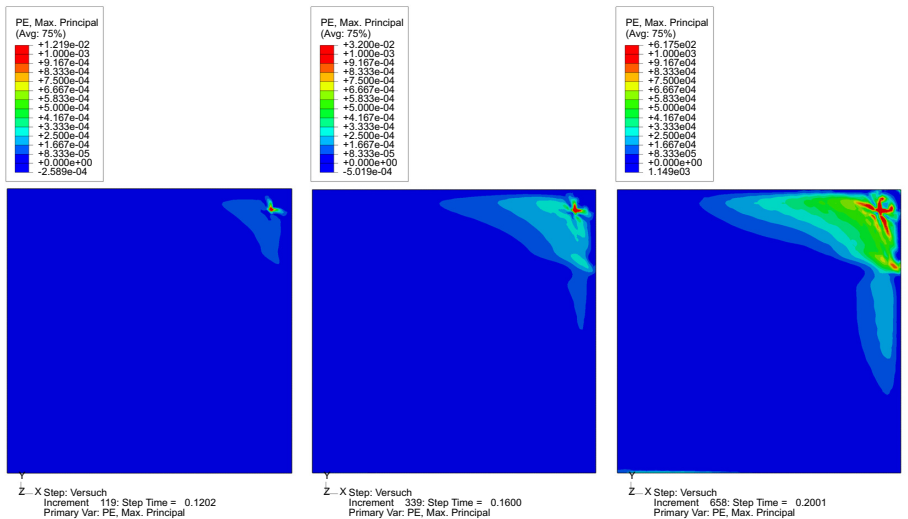


Abb. 7.17.: Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung

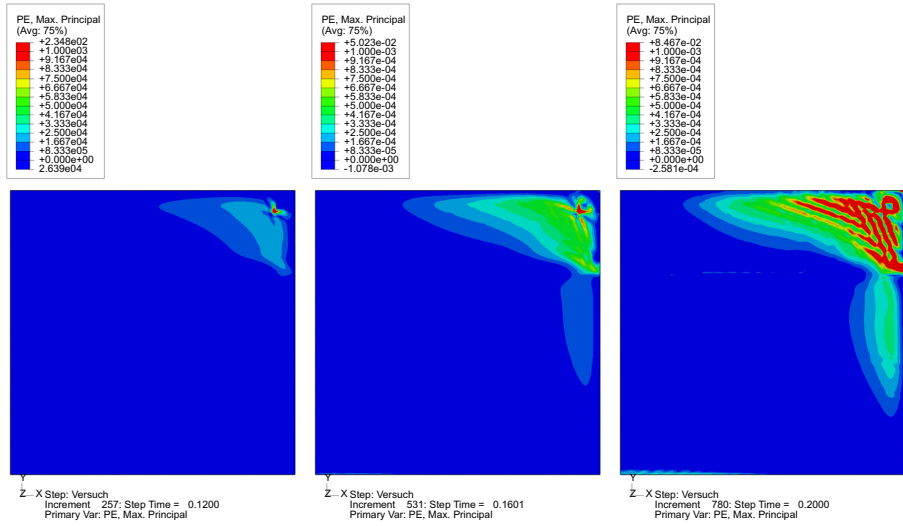


Abb. 7.18.: Plattenviertel Platte 3, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung

7.5.4. Berechnete Stahlspannungen in Feldmitte

In den folgenden Abbildungen 7.19 bis 7.21 ist die Spannungsentwicklung der unteren Bewehrung im Feld unter steigender Beanspruchung dargestellt. Eine Verlagerung der Spannungen in Richtung der Gitterträger ist in allen Modellplatten gut zu erkennen.

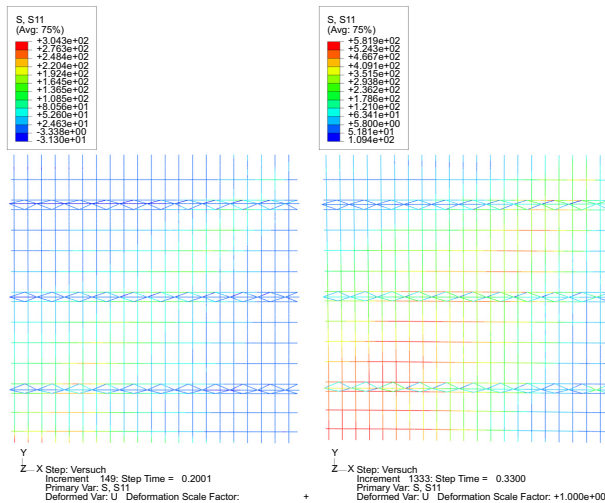


Abb. 7.19.: Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der Stahlspannungen der Hauptbewehrung unter steigender Beanspruchung

7. Wirklichkeitsnahe dreidimensionale Simulation des Tragverhaltens der Versuchsplatten

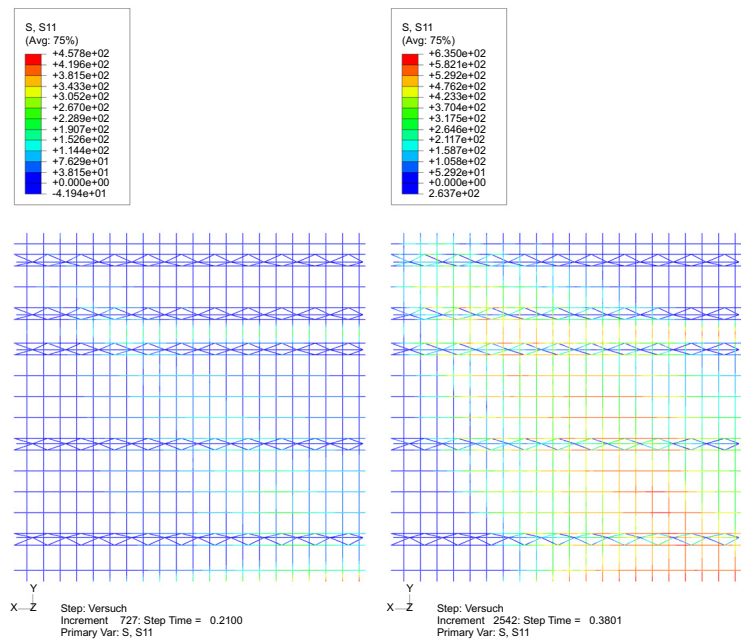


Abb. 7.20.: Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der Stahlspannungen der Hauptbewehrung unter steigender Beanspruchung

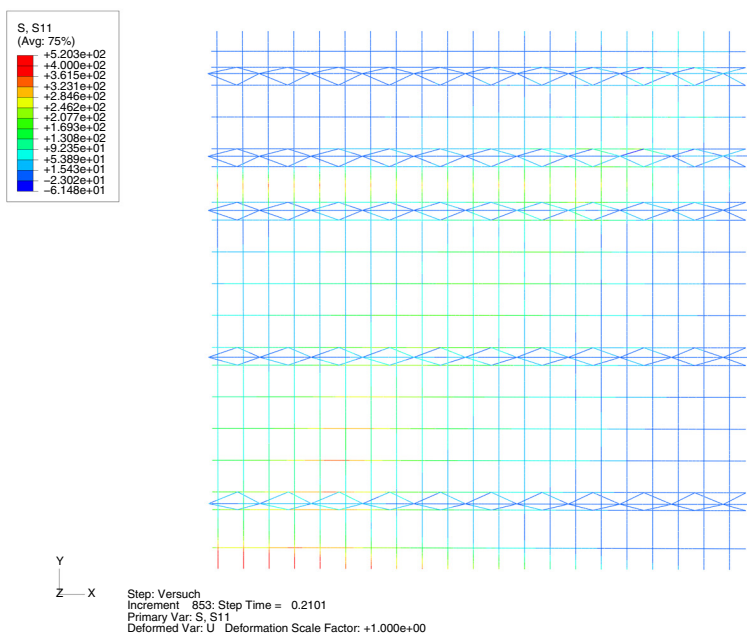


Abb. 7.21.: Plattenviertel Platte 3, Verteilung der Stahlspannungen der Hauptbewehrung unter steigender Beanspruchung

7.5.5. Berechnete Stahlspannungen im Eckbereich auf der Plattenoberseite

Die berechneten Spannungen der oberen Bewehrung (vgl. Abb. 7.22 und 7.23) zeigen eine ähnliche Entwicklung wie die experimentell ermittelten Werte. Erst ab einer Plattendurchbiegung von ca. $w = 0,2 \cdot h$ ist ein deutlicher Anstieg der Spannungen zu erkennen. Zusammenfassend kann demnach festgestellt werden, dass die obere Eckbewehrung im Bereich kleiner Durchbiegungen ($w \leq 0,1 \cdot h$) nahezu wirkungslos bleibt. Erst im Bereich großer Durchbiegungen wird die obere Eckbewehrung nennenswert beansprucht.

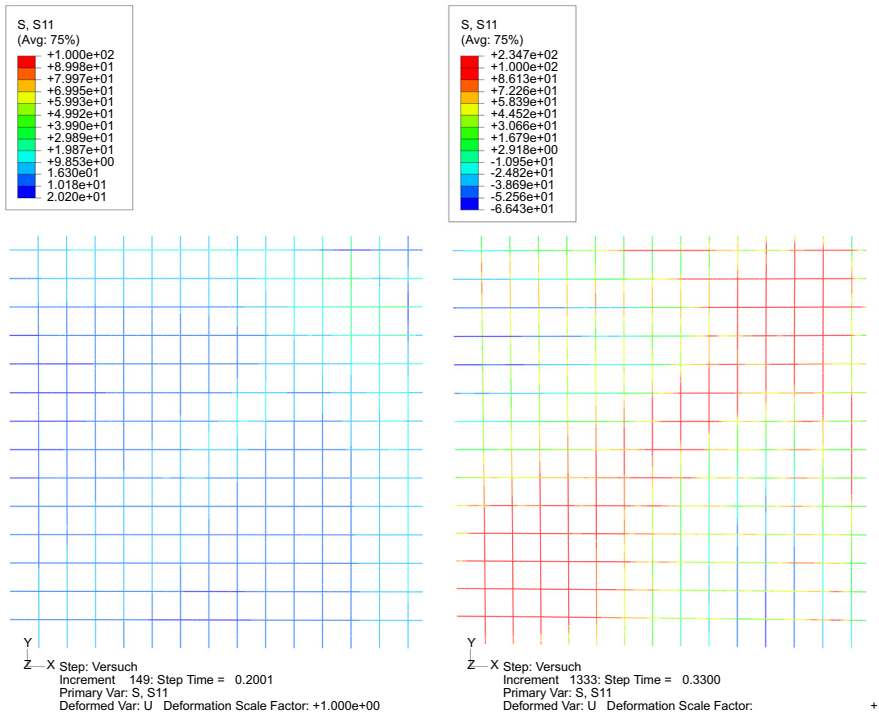


Abb. 7.22.: Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der Stahlspannungen der oberen Eckbewehrung unter steigender Beanspruchung

7. Wirklichkeitsnahe dreidimensionale Simulation des Tragverhaltens der Versuchsplatten

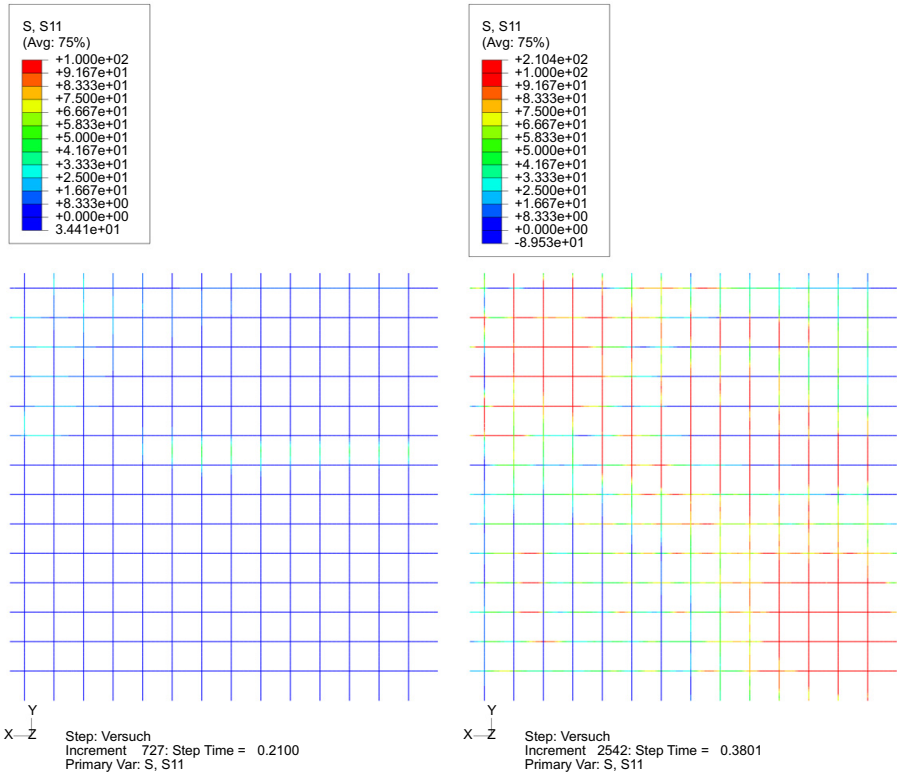


Abb. 7.23.: Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der Stahlspannungen der oberen Eckbewehrung unter steigender Beanspruchung

8. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Tragverhalten von Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung, hierbei insbesondere mit der Untersuchung des Einflusses vertikaler Elementfugen auf das Drilltragverhalten der Platten. Zur Untersuchung der Fragestellung werden dreidimensionale Berechnungen unter Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens durchgeführt. Abgesichert werden die erstellten Rechenmodelle durch eigene experimentelle Untersuchungen an zweiachsig gespannten Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung.

In Kapitel 1 werden zunächst Problemstellung und Ziel dieser Arbeit erläutert. Im folgenden Kapitel wird der Stand der Kenntnisse zum Tragverhalten zweiachsig gespannter Stahlbeton- und Fertigteildecken mit Ortbetonergänzung dargestellt. Wesentliche Voraussetzung für die wirklichkeitsnahe Abbildung und Berechnung von Stahlbetontragwerken ist eine möglichst exakte Beschreibung des Werkstoffverhaltens. Es folgt somit in Kapitel 3 zunächst eine Darstellung des Werkstoffverhaltens von Beton, Betonstahl sowie des Verbundverhaltens beider Werkstoffe miteinander. Im anschließenden Kapitel folgt eine möglichst genaue Abbildung des zuvor beschriebenen Werkstoffverhaltens durch das Betonmodell. Es werden alle wesentlichen Funktionen zur Beschreibung des concrete damaged plasticity Modells nach Lee und Fenves [LF98b] vorgestellt und erläutert. In Kapitel 5 werden zunächst die wesentlichen Möglichkeiten zur dreidimensionalen Abbildung von Stahlbetontragwerken mit der Methode der Finiten Elemente dargestellt. Es werden verschiedene Varianten zur Modellierung sowie Kopplung des Betonstahls an die Betonstruktur vorgestellt. Schwerpunkt ist hierbei insbesondere auf die Einleitung der Betonstahlkräfte in die Betonstruktur mit entfestigendem Werkstoffverhalten gelegt worden. Die punktuelle Einleitung großer Kräfte durch eindimensionale Bewehrungselemente führt in den umgebenden Betonelementen aufgrund des entfestigenden Werkstoffverhaltens zu einem frühzeitigen Versagen des entsprechenden Betonelements. Angrenzende Betonelemente können nicht aktiviert werden – das Tragverhalten des entsprechenden Tragwerks wird somit unterschätzt. Es folgt daher die Entwicklung eines eigenen Ansatzes zur näherungsweise Berücksichtigung des Tension- Stiffening Effekts in dreidimensionalen FE- Modellen. Hierzu wird zunächst das Tragverhalten eines Zugstabes nach Hartl [Har77] mit zwei- und dreidimensionalen Modellen nachgerechnet. Der Einfluss der Lasteinleitung der Bewehrung auf das Gesamttragverhalten wird mit dreidimensionalen Modellen unterschiedlich feiner Diskretisierung untersucht. In einer aufwendigen numerischen Simulation sind sowohl Beton- als auch Bewehrung mit dreidimensionalen Volumenelementen abgebildet worden. Die Lasteinleitung ist in dieser Simulation ausschließlich über die wirklichkeitsnah modellierte Rippenfläche erfolgt. Anhand dieses Modells ist gezeigt worden, dass die räumliche Abbildung der Betonstahlrippen unverzichtbar für die Ausbildung eines kegelartigen Spannungszustands um den Bewehrungsstahl ist. Der Aufwand einer wirklichkeitsnahen Abbildung der Betonstahlrippen ist jedoch allenfalls

bei der Untersuchung von Detailproblemen gerechtfertigt. Es wird daher ein Ansatz entwickelt, der es erlaubt, den Einfluss der Lasteinleitung sowie das Tension- Stiffening bei der dreidimensionalen Simulation von Stahlbetonstrukturen näherungsweise zu erfassen. Der Ansatz wird zunächst an dem einachsigen Zugstab nach Hartl [Har77] geprüft und im Anschluss daran in Nachrechnung der Versuchsplatten nach Pardey [Par94] für den zweiachsigen Spannungszustand bestätigt.

In Kapitel 6 folgt die Darstellung der experimentellen Versuchsreihe zum Tragverhalten von Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung. Das Tragverhalten ist an insgesamt drei Platten mit gleichen Abmessungen aber verschiedenen Fugeneinteilungen durchgeführt worden. Ein besonderer Schwerpunkt ist bei der Untersuchung auf die Auswirkungen vertikaler Elementfugen auf das Tragverhalten zweiachsig gespannter Fertigteildecken mit Ortbetonergänzung gelegt worden. Es konnte gezeigt werden, dass vertikale Elementfugen im Drillbereich nur geringe Auswirkungen auf das Tragverhalten zweiachsig gespannter Platten zeigen, wenn sie gemäß DIN1045-1[DIN08] unter Berücksichtigung zusätzlicher randparalleler Gitterträger ausgeführt werden. In den durchgeführten Versuchen zeigte sich, dass die obere Eckbewehrung erst unter großen Einwirkungen einen nennenswerten Beitrag zur Tragwirkung der Platte leistet.

Zusätzlich ist das Tragverhalten der Fertigteildecken in aufwendigen dreidimensionalen FE- Berechnungen unter Berücksichtigung der Rissbildung der Platten mit diskret modellierter Bewehrung untersucht worden. Der Tension-Stiffening Effekt hat einen großen Einfluss auf das Last- Verformungsverhalten von zweiachsig gespannten Platten mit geringem Bewehrungsgrad. Es sind daher zusätzliche Überlegungen zur Berücksichtigung dieses Effektes in dreidimensionalen Berechnungen angestellt worden. Die zugversteifende Wirkung des Betons zwischen den Rissen wirkt ausschließlich in unmittelbarer Nähe zur Bewehrung. In den durchgeführten wirklichkeitsnahen dreidimensionalen FE- Berechnungen ist das Nachbruchverhalten daher in Abhängigkeit vom Abstand zur Bewehrung berücksichtigt worden. In Bewehrungsnähe (bis zu einem Abstand von $3 \cdot d_s$) ist der in Kapitel 5 entwickelte Ansatz zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening im Modell definiert worden. In den übrigen Bereichen ist ausschließlich das entfestigende Nachbruchverhalten von unbewehrtem Beton berücksichtigt worden. In den Berechnungen ist gezeigt worden, dass das wirkliche Tragverhalten mit den getroffenen Modellannahmen sehr gut simuliert werden kann.

Im Vergleich der Versuchsplatten 2 und 3 ist gezeigt worden, dass die Tragfähigkeit der vorliegenden zweiachsig gespannten Fertigteilplatten mit Ortbetonergänzung nur um ca. 6% durch eine obere Eckbewehrung gesteigert werden kann. Liegt der Obergurt der im Drillbereich angeordneten Gitterträger in der Höhenlage der sonst üblichen oberen Eckbewehrung, so wirkt dieser rissverteilend. Ob diese Ergebnisse auch auf andere Plattensysteme zu übertragen sind, sollte durch weitere Untersuchungen geklärt werden. Insbesondere bei besonderen Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit sollte eine rissbeschränkende Bewehrung eingebaut werden. Weiter ist sowohl im Versuch als auch in den nichtlinearen Berechnungen gezeigt worden, dass trotz vertikaler Elementfugen im Drillbereich gemäß DIN1045-1[DIN08] die Tragwirkung der Platte sichergestellt ist und ein ungestörter Rissverlauf über die Fuge hinweg eintritt. Die Untersuchungen sowohl experimentell als auch numerisch sind an quadratischen Platten durchgeführt worden. Die Drillbeanspruchung ist für allseitig gelagerte Plat-

ten mit quadratischem Grundriss am größten. Bei kleineren Plattenverhältnissen l_y/l_x nimmt auch die Drillbeanspruchung der Platten ab.

Diese Arbeit zeigt, dass wirklichkeitsnahe dreidimensionale FE-Berechnungen ein wertvolles Werkzeug zur Untersuchung von nichtlinearem Tragverhalten sind. Der entwickelte Ansatz zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening ermöglicht eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Tragverhaltens in dreidimensionalen FE-Modellen in denen die Bewehrung diskret mit Stabelementen ohne eine geometrische Abbildung der Rippen erfolgt. Weitere Untersuchungen zur Lasteinleitung der Bewehrung in den Beton mit entfestigendem Werkstoffverhalten sind wünschenswert.

Literaturverzeichnis

- [Alv99] ALVAREZ, Manuel: 6 Zuggurtmodell. In: MARTI, Peter (Hrsg.) ; ALVAREZ, Manuel (Hrsg.) ; KAUFMANN, Walter (Hrsg.) ; SIGRIST, Viktor (Hrsg.): *Tragverhalten von Stahlbeton*. Zürich : ETH Zürich, September 1999, S. 149 bis 174
- [Bau72] BAUMANN, Theodor: *Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1972 (Heft 217)
- [BF93] BECHERT, Heinrich ; FURCHE, Johannes: Bemessung von Elementdecken mit der Methode der Finite Elemente. In: *Betonwerk + Fertigteil-Technik* (1993), Nr. 5, S. 47 bis 51
- [BM95] BORST, Rene de ; MEYER, Christian: Numerische Probleme bei nichtlinearem Tragwerksverhalten. In: G. Mehlhorn: *Der Ingenieurbau, Rechnerorientierte Baumechanik* (1995), S. 427 bis 488
- [BP01] BLUMENAUER, Horst ; PUSCH, Gerhard: *Technische Bruchmechanik*. Leipzig, Stuttgart, Weinheim, 2001. – 244 S.
- [CB06] CURBACH, Manfred ; BRÜCKNER, Anett: Einfluß der Elementfugen auf die Durchbiegung von Flachdecken. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 101 (2006), Nr. 3, S. 132 bis 137
- [CEB91] Comité Euro-International du Béton: *Final Draft, Chapters 1-3*. Juli 1991 Bulletin d'information, No 203
- [Che82] CHEN, Wai-Fah: *Plasticity in reinforced concrete*. New York, 1982. – 474 S.
- [CST98] CHUNXIAO, Huang ; STEFFENS, Alexander ; TACKE, Rainer: Rissmodelle für Beton. In: D. Dinkler, U. Kowalsky: *Phänomenologische Modelle für Werkstoffe des Bauwesens, Technische Universität Braunschweig, Institut für Statik* (1998), April, S. 123 bis 144
- [Cze72] Kapitel G, Tafeln für vierseitig und dreiseitig gelagerte Rechteckplatten. In: CZERNY, F.: *Beton- Kalender*. Gotthard Franz, 1972, S. 193 – 260
- [DIN72] DIN 1045: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton*. Januar 1972
- [Din87] DINGES, Detlev: *Vergleichende Untersuchungen von Stahlbetonflächentragwerken unter Berücksichtigung physikalischer und geometrischer Nichtlinearitäten*, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, Technische Hochschule Darmstadt, Diss., 1987. – 169 S. – Darmstadt, Techn. Hochsch., Diss., 1987

- [DIN88] DIN 1045: *Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung*. Januar 1988
- [DIN08] DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton*. August 2008
- [DIN09] DIN 488: *Betonstahl- Betonstahl in Ringen, Bewehrungsdraht*. August 2009
- [Dud91] DUDA, Herbert: *Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1991 (Heft 419). – 60 S.
- [EK93] ELIGEHAUSEN, Rolf ; KRELLER, Helmut: *Querschnittsbericht zur Rissbildung in Stahl- und Spannbetonkonstruktionen*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1993 (Heft 393). – 182 S.
- [EKH10] EMPELMANN, M. ; KRAKOWSKI, W. ; HENKE, V.: Begrenzung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung / Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz -iBMB-, TU Braunschweig. 2010. – Forschungsbericht
- [EM98] ERNST, Gunnar ; MARTI, Peter: Versuche an Betonplatten mit integrierten Schalungselementen aus Stahlbeton / Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich. 1998 (Nr. 235). – Bericht
- [EOM98] ELIGEHAUSEN, Rolf ; OZBOLT, Josko ; MAYER, Utz: Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei nichtelastischen Stahldehnungen - Optimierung des Verbunds. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 93 (1998), Nr. 2, S. 29 bis 35
- [Eur91] Eurocode 2: *Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Vornorm DIN V 18932 Teil 1*. Oktober 1991
- [Fee93] FEENSTRA, Peter H.: *Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete*. Delft, Technische Universität Delft, Diss., 1993. – 151 S.
- [Feh05] FEHSENFELD, Christine: Rissbildung in massigen Stahlbetonwänden. In: *Beton- und Stahlbetonbau* Heft 100 (2005), S. 49 bis 52
- [Fra70] FRANZ, Gotthard: Über die Beanspruchung der Bewehrung bei kreuzweise bewehrten, vierseitig frei drehbar gelagerten Rechteckplatten aus Stahlbeton: Untersuchungsbericht zum Forschungsauftrag F 505 / Institut für Beton und Stahlbeton der Universität Karlsruhe. 1970. – Bericht
- [GAB32] GEHLER, Willy ; AMOS, Hermann ; BERGSTRÜSSER, Martin: *Versuche mit kreuzweise bewehrten Platten: Ausgeführt im Versuchs- u. Materialprüfungsamt an der Technischen Hochschule Dresden in den Jahren 1928 bis 1930*. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1932 (Heft 70). – 182 S.
- [Ger90] GERSIEK, Martin: *Tragverhalten quadratischer, allseitig frei drehbar und verschieblich gelagerter Stahlbetonplatten in Abhängigkeit von der Bewehrungsführung*, Fachbereich Bauwesen der Universität Dortmund, Diss., 1990

- [GHSW93] GROSS, D. ; HAUGER, W. ; SCHNELL, W. ; WRIGGERS, P.: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mathematik, Numerische Methoden. In: *Technische Mechanik*. Springer- Verlag, 1993
- [GM91] GÜNTHER, Gerd ; MEHLHORN, Gerhard: Wirkungszone der Bewehrung sowie Rissabstände und Rissbreiten bei Stahlbetonbauteilen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 86 (1991), Nr. 5, S. 124 bis 126
- [GO79] GOTO, Yukimasa ; OTSUKA, Koji: Experimental studies on cracks formed in concrete around deformed tension bars. In: *The Technology reports of the Tohoku University* 44 (1979), June, Nr. 1, S. 49 bis 83
- [Grö08a] GRÖNING, Marc: *Numerische Simulation des Tragverhaltens einaxial gespannter Fertigteildecken mit vertikalen Elementfugen*, Technische Universität Braunschweig, Institut für Statik, Studienarbeit, März 2008
- [Grö08b] GRÖNING, Marc: *Räumliche Modellierung und numerische Simulation des nichtlinearen Tragverhaltens zweiaxial gespannter Stahlbeton-Fertigteildecken*, Institut für Statik der Technischen Universität Braunschweig, Diplomarbeit, 2008
- [Gra15] GRAF, Otto: *Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1915 (Heft 30)
- [Gra26] GRAF, Otto: *Versuche mit allseitig aufliegenden, rechteckigen Eisenbetonplatten unter gleichmäßig verteilter Belastung*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 1926 (Heft 56)
- [Gri20] *Kapitel VI*. In: GRIFFITH, A. A.: *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*. Bd. 221. London, 1920, S. 163 bis 198
- [GSL93] GOLDBERG, G. ; SCHMITZ, M. ; LAND, H.: Zweiachsige Lastabtragung bei Elementdecken. In: *Betonwerk und Fertigteil-Technik* Heft 7/1993 (1993), S. 86 bis 89. – Zweiachsige Lastabtragung bei Elementdecken
- [GW48] GRAF, Otto ; WALZ, Kurt: *Versuche zur Ermittlung der Rissbildung und der Widerstandsfähigkeit von Stahlbetonplatten mit verschiedenen Bewehrungsstählen bei stufenweise gesteigerter Last*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1948 (Heft 101). – 84 S.
- [Har77] HARTL, Gerhard: *Die Arbeitslinie „Eingebetteter Stähle“ bei Erst- und Kurzzeitbelastung*. Innsbruck, Universität Innsbruck, Diss., 1977. – 159 S.
- [HBR05] HARTMANN, Stefan ; BISCHOFF, Manfred ; RAMM, Ekkehard: On the performance of 3D elements for shell analysis with non-linear softening plasticity models. In: ONATE, E. (Hrsg.) ; OWEN, D. R. J. (Hrsg.): *VIII International Conference on Computational Plasticity*. Barcelona, 2005
- [Hef03] *Erläuterungen zu DIN 1054-1*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2003 (Heft 525)
- [Hil83] HILLERBORG, Arne: Analysis of one single crack. In: *F.H. Wittmann: Fracture Mechanics of Concrete*, Elsevier Science Publishers B.V. (1983), S.

141 bis 170

- [HKS08] HIBBIT ; KARLSSON ; SORENSEN ; DASSAULT SYSTEMES (Hrsg.): *Abaqus Theory Manual*. 6.8. Plymouth: Dassault Systemes, 2008
- [HR00] *Kapitel Beton*. In: HILSDORF, H. K. ; REINHARDT, H.-W.: *Beton-Kalender*. Ernst & Sohn, 2000, S. 1–118
- [Idd99] IDDA, Klaus: *Verbundverhalten von Betonrippenstählen bei Querkzug*. Karlsruhe, Universität Fridericiana zu Karlsruhe, Diss., Mai 1999
- [IRH97] ISSLER, Lothar ; RUOSS, Hans ; HÄFELE, Peter: *Festigkeitslehre- Grundlagen*. 2. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer, 1997
- [KC86] KIRSCHNER, U. ; COLLINS, M. P.: Investigating the Behaviour of Reinforced Concrete Shell Elements. (1986), Nr. 86-09
- [Keu85] KEUSER, Manfred: *Verbundmodelle für nichtlineare Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen*. Düsseldorf, Diss., 1985. – VI, 229 S. : 97 graph. Darst.
- [KKL⁺76] KLEIN, Dietrich ; KRISTJANSSON, Rikhardur ; LINK, Jürgen ; MEHLHORN, Gerhard ; SCHÄFER, Horst: Berechnung von dünnen Stahlbetonplatten bei Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens / Arbeitsgruppe Massivbau , Technische Hochschule Darmstadt. Darmstadt : Techn. Hochsch., 1976. – Forschungsbericht
- [Kol88] KOLLEGER, Johann: *Ein Materialmodell für die Berechnung von Stahlbetonflächentragwerken*, Gesamthochschule Kassel, Diss., 1988
- [Kol92] KOLLEGER, Johann: Tension Stiffening bei schräg zum Riss angeordneten Bewehrungsstäben. In: *Bauingenieur* 67 (1992), S. 35 bis 38
- [Kom83] KOMPFFNER, T. A.: *Ein finites Elementmodell für die geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonschalen*. Stuttgart, Diss., 1983. – 242 S. : graph. Darst.
- [Kre90] KRELLER, Helmut: *Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1990 (Heft 409). – 182 S.
- [KRH07] KEUSER, Manfred ; RÜDIGER, Lars ; HALLERMANN, Normann: Platten aus Stahlbeton unter zweiaxialer Biegebeanspruchung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* Heft 5 (2007), Nr. 102, S. 296 bis 309
- [KS73] *Kapitel A Method of Analysis of inelastic Deformation of Reinforced Concrete Slabs*. In: KURATA, Mureaki ; SONADA, Keiichiro: *Memoirs of the Faculty of Engineering Osaka*. Faculty of Engineering, Osaka City, 1973
- [KT96] KÖNIG, Gert ; TUE, Nguyen V.: *Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton sowie Kommentare, Hintergrundinformationen und Anwendungsbeispiele zu den Regelungen nach DIN 1045, EC2 und Model Coede 90*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1996 (Heft 466). – 182 S.

- [Kup73] KUPFER, Helmut: *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1973 (Heft 229)
- [Lac99] LACKNER, R.: *Adaptive finite element analysis of reinforced concrete plates and shells*. Wien, Technische Universität Wien, Diss., 1999
- [Lan94] LAND, Hartmut: Teilfertigdecken, Besondere Punkte der Schnittgrößenermittlung, Bemessung und Konstruktion. In: *Betonwerk + Fertigteil-Technik* (1994), Nr. 5, S. 93 bis 118
- [LF98a] LEE, Jeeho ; FENVES, Gregory L.: Plastic- Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. In: *Journal of engineering mechanics* 124 (1998), Nr. 8, S. 892 bis 900
- [LF98b] LEE, Jeeho ; FENVES, Gregory L.: A plastic damage concrete model for earthquake analysis of dams. In: *Earthquake engineering and structural dynamics* Vol. 27 (1998), S. 937 bis 956
- [Lin78] LINSE, Diethelm: *Lösung versuchstechnischer Fragen bei der Ermittlung des Festigkeits- und Verformungsverhaltens von Beton unter dreiachsiger Belastung*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1978 (Heft 292). – 39 S.
- [LM73] LEONHARDT, Fritz ; MÜNNIG, Eduard: *Vorlesungen über Massivbau, Erster Teil, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau*. Berlin : Springer-Verlag, 1973
- [LMS72] LINK, Jürgen ; MEHLHORN, Gerhard ; SCHÄFER, Horst: Berechnung von dünnen Stahlbetonplatten bei Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens / Technische Universität Darmstadt. Darmstadt, 1972. – Forschungsbericht
- [Loh00] LOHMEYER, Gottfried: *Weißer Wannen einfach und sicher*. Verlag Bau + Technik, 2000
- [Lub90] LUBLINER, Jacob: *Plasticity Theory*. New York : University of California at Berkeley, 1990
- [Mai93] MAINZ, Jürgen: *Modellierung des Verbundtragverhaltens von Betonrippenstahl*. München, Technische Universität München, Diss., März 1993
- [Men99] MENRATH, H.: *Numerische Simulation des nichtlinearen Tragverhaltens von Stahlverbundträgern*, Institut für Statik, Universität Stuttgart, Diss., 1999
- [MH00] MANG, Herbert ; HOFSTETTER, Günter: *Festigkeitslehre*. Wien : Springer, 2000
- [Mie86] MIER, J. G. M.: Fracture of concrete under complex stress. In: *Heron* 31 (1986), Nr. 3
- [MK95] *Kapitel Anwendung der Finite Elemente Methode im Stahlbetonbau*. In: MEHLHORN, G. ; KOLLEGER, J.: *Der Ingenieurbau, Rechnerorientierte*

- Baumechanik*. Gerhard Mehlhorn, 1995, S. S. 293 bis 425
- [Par94] PARDEY, Andreas: *Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten im Vergleich zur Bruchlinientheorie*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1994 (Heft 441)
- [PBB84] POLONYI, Stefan ; BOLLINGER, Klaus ; BLOCK, Klaus: Bewehren nach neuer Stahlbeton Konzeption, 1. Der Balken, die Kreisplatte, die innere Steifigkeit. In: *Bautechnik* (1984), Nr. 12, S. 422 bis 431
- [Pfe04] PFEIFFER, Uwe: *Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus Stahl- oder Spannbeton mit Berücksichtigung der durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung*, Technische Universität Hamburg-Harburg, Diss., 2004
- [RB89] ROTS, J. G. ; BLAAUWENDRAAD, J.: Crack models for concrete: Discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating? In: *Heron* 34 (1989), Nr. 1, S. 1 bis 59. – ISSN 0046–7316
- [Reh61] REHM, Gallus: *Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1961 (Heft 138). – 182 S.
- [Rei95] REINHARDT, Hans-Wolf: Werkstoffe des Bauwesens. In: *G. Mehlhorn and J. Kollegger; Der Ingenieurbau: Rechnerorientierte Baumechanik* (1995), S. 1 bis 132
- [RKB08] RÜDIGER, Lars ; KEUSER, Manfred ; BERGER, Johannes: Numerische Berechnungen zur Untersuchung des Einflusses der Bewehrungsrichtung auf das Last-Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten. In: *Beton- und Stahlbetonbau* Heft 6 (2008), Nr. 103, S. 388 bis 397
- [RM93] RUSSWURM, Dieter ; MARTIN, Horst ; RUSSWURM, Dieter (Hrsg.): *Betonstähle für den Stahlbetonbau*. 1. Auflage. Wiesbaden und Berlin : Institut für Stahlbeton Bewehrung e.V Bauverlag, 1993
- [SA06] SCHMIDT, Michael ; AVAK, Ralf: Baustoffe, Beton und Betonstahl. In: *R. Avak, A. Goris: Stahlbetonbau aktuell, Praxishandbuch 2006* (2006), S. B.1 bis B.62
- [Sch64] SCHLAICH, Jörg: Gewölbewirkung in durchlaufenden Stahlbetonplatten. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 11 (1964)
- [Sch76] SCHÄFER, Horst: *Zur Berechnung von Stahlbetonplatten*. Darmstadt, Technische Hochschule Darmstadt, Diss., 1976
- [Sch82] SCHAPER, G.: *Berechnung des zeitabhängigen Verhaltens von Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangbeanspruchung im ungerissenen und gerissenen Zustand*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1982 (Heft 338)
- [Sig99] *Kapitel 5 Verhalten von Stahl und Beton*. In: SIGRIST, Viktor: *Tragverhalten von Stahlbeton*. Zürich : Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 1999, S. S.121 bis 147

- [SJ63] SAWCZUK, Antoni ; JAEGER, Thomas: *Grenztragfähigkeits-Theorie der Platten*. Berlin [u.a.] : Springer, 1963. – 522 S.
- [SK79] SCHIESSL ; KUTSCH: *Nachweis der Drillsteifigkeit von vorgefertigten Plattendecken mit statisch mitwirkender Ortbetonschicht*. November 1979
- [SSK96] SCHÄFER, Horst G. ; SCHMIDT-KEHLE, Wolfgang: *Zum Schubtragverhalten von Fertigteilplatten mit Ortbetonerfüllung*. Berlin : Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1996 (Heft 456)
- [VC82] VECCHIO, F. ; COLLINS, M.P.: *The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses*. University of Toronto Department of Civil Engineering, 1982
- [Von92] VONK, R. A.: *Softening of concrete loaded in compression*, University of Technology, Eindhoven, Diss., 1992
- [Win01] WINKLER, Bernhard J.: *Traglastuntersuchungen von unbewehrten und bewehrten Betonkonstruktionen*. Innsbruck, 2001
- [ZD06] ZILCH, Konrad ; DONAUBAUER, Uli: *Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2006 (Heft 533)
- [ZZ06] ZILCH, Konrad ; ZEHETMAIER, Gerhard: *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. Berlin : Springer, 2006

Abbildungsverzeichnis

1.1. Bauseits verlegte Fertigteildecken mit Randschalung	1
1.2. Voraussetzung zur Schnittgrößenermittlung unter Ansatz isotroper Steifigkeitsverhältnisse. Gemäß DIN1045-1 [DIN08] ist ein maximaler Höhenabstand der Bewehrung in x- und y- Richtung von $d/10$ bzw. 5,0 cm einzuhalten.	2
1.3. Last- Verschiebungsdiagramm einer zweiachsig gespannten Platte – eigene 3D- Simulation und Experiment nach Pardey [Par94]	3
1.4. Dreidimensionales FE- Modell einer Fertigteildecke mit Ortbetonergänzung mit diskret modellierter Bewehrung und wirklichkeitsnahen Randbedingungen	5
1.5. Modell einer zweiachsig gespannten Fertigteildecke vor Aufbringen des Ortbetons	6
3.1. Lokalisierung der Rissbildung	14
3.2. Einfluss des Verhältnisses der Festigkeit von Zuschlagkorn und Zementleim auf die Ausbildung der Rissoberfläche	14
3.3. Spannungs-Verschiebungsdiagramm für Betone mit unterschiedlicher Festigkeit	15
3.4. Spannungsoptische Aufnahme von Beton unter Druckbeanspruchung und schematische Darstellung der Spannungen in den einzelnen Zuschlägen	16
3.5. Einfluss von Lagerung und Geometrie auf das Bruchbild der Probekörper unter einachsiger Druckbeanspruchung	17
3.6. Betondruckspannung in Abhängigkeit der Stauchung für unterschiedliche Probenhöhen	18
3.7. Betondruckspannung in Abhängigkeit der Probenverkürzung für unterschiedliche Probenhöhen	18
3.8. Freigesetzte Bruchenergie unter Druckbeanspruchung – Lokal und im Kontinuum [Von92]	19
3.9. Entwicklung der Querdehnung unter zunehmender Druckbeanspruchung für unterschiedliche Betonfestigkeiten in normierter Darstellung	19
3.10. Experimentell ermittelte Bruchumhüllende unter zweiachsiger Beanspruchung	20
3.11. Spannungs-Dehnungslinien unter zweiachsiger Druckbeanspruchung	21
3.12. Volumenänderungen von Beton unter zweiachsigem Druck bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen	22
3.13. Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter dreiachsiger Druckbeanspruchung	23
3.14. Volumenänderung unter dreiachsiger Beanspruchung nach Linse	24
3.15. Schematische Darstellung der Bruchumhüllenden nach Mehlhorn	24

3.16. Spannungs-Dehnungslinien für Betonstahl	25
3.17. Qualitativer Verlauf der Verbundspannungs- Schlupf- Beziehungen nach [RM93]	27
3.18. Schematische Darstellung des Verbundtragverhalten gerippter Stahlbetonstäbe nach [GO79]	28
3.19. Entwicklung der Beton- und Stahlbetonspannungen in einem Stahlbetonzugstab unter steigender Belastung nach [MK95]	29
3.20. Beziehung zwischen Ausziehkraft und Schlupf für unterschiedliche vorgeinstellte Längsrisssbreiten w_0 , $d_s = 16\text{mm}$ nach [Idd99]	30
4.1. Diskretes Rissmodell eines wandartigen Trägers	34
4.2. Rissöffnungsmodi nach [BP01]	35
4.3. Unendliche Scheibe mit zentrischem Riss unter Zugbelastung	36
4.4. Spannungsverlauf in einem rissbehafteten Betonbalken	37
4.5. Summe der Verformungen infolge von Rissbildung	38
4.6. Einfluss unterschiedlicher Probenlängen auf das Entfestigungsverhalten	39
4.7. Vergleichshypothese nach von Mises	41
4.8. Vergleichshypothese nach Drucker-Prager	41
4.9. Anpassung der Form der Fließfläche in der Deviatorebene durch die Variable K_c	42
4.10. Genäherte Fließfläche des concrete damaged plasticity Modells im ebenen Spannungszustand an experimentell ermittelte Werte nach Kupfer [Kup73] (vgl. Abb. 3.10)	43
4.11. Hyperbolische Fließpotentiale in der p-q-Ebene	44
4.12. Schädigung und Abminderung der Steifigkeit unter einachsiger Druckbeanspruchung	45
4.13. Schädigung und Abminderung der Steifigkeit unter einachsiger Zugbeanspruchung	45
4.14. Schädigung und Abminderung der Steifigkeit bei Wechselbeanspruchung im $\sigma - \epsilon$ -Diagramm	45
4.15. Experimentell ermittelte Arbeitslinien von Stahlbetonzugstäben mit unterschiedlichen Bewehrungsgraden nach [Har77]	47
4.16. Vergleich qualitativer Spannungs-Dehnungsbeziehungen zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening im Werkstoffgesetz des Betonstahls	48
4.17. Vergleich qualitativer Spannungs-Dehnungsbeziehungen zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening im Werkstoffgesetz des Betons	49
4.18. Bilinearer und Exponentieller Tension-Stiffening Ansatz für bewehrten Beton nach Winkler [Win01]	49
4.19. Effektive Dehnsteifigkeit normal zur Rissrichtung	50
5.1. Varianten zur Diskretisierung der Bewehrung in zweidimensionalen Modellen	54
5.2. Unmittelbarer Anschluss von Stabelementen an Volumenelemente durch direkte Kopplung, hier: vor und nach erfolgter Knotenkopplung	55
5.3. Einbettung von Stab- und Flächenelementen in dreidimensionale Solidelemente	55
5.4. Detail: Ausbildung der Rippen im Beton als Negativform	56
5.5. Kräfte zur Erzeugung eines Einzelrisses nach König [KT96]	57

5.6. Schema zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening im Querschnitt nach Kollegger [Kol88]	58
5.7. Systemskizze des untersuchten Zugstabes nach [Har77]	59
5.8. 3D- FE-Modell mit wirklichkeitsnaher Abbildung der Betongeometrie und Abbildung der Bewehrung mit Stabelementen	60
5.9. Schematische Darstellung: Berücksichtigung des TS-Effekt im Teilquerschnitt	61
5.10. 2D-Modell: Zugstab mit sechs Schalenelementen diskretisiert	62
5.11. 3D-Modell: Zugstab mit einem Volumenelement im Querschnitt diskretisiert	62
5.12. Beschreibung des Nachbruchverhaltens nach Winkler [Win01]	62
5.13. Vergleichende Gegenüberstellung der mit 2D- und 3D- Modellen berechneten Arbeitslinien und den experimentell Ergebnissen nach Hartl [Har77]	63
5.14. Tragverhalten eines Zugstabes nach Hartl- Experiment und 3D- Simulation mit unterschiedlich feiner Diskretisierung	64
5.15. Schema des modellierten Betonstahls B500A	65
5.16. Modell zur Beschreibung des Nachbruchverhaltens von bewehrtem und unbewehrtem Beton	66
5.17. Systemskizze des Verbundmodells	66
5.18. Detail: Ausbildung der Betonstahlrippen im Modell des räumlich diskretisierten Bewehrungsstabes	67
5.19. Detail: Ausbildung der Rippen im Beton als Negativform	67
5.20. Detail: Kontaktflächen der modellierten Rippen rot markiert	67
5.21. Detail: Aussparungen im Beton für modellierte Rippen	67
5.22. Schematische Darstellung der Lagerungsbedigungen und der Belastung des Modells unter Berücksichtigung der doppelten Symmetrie. Die Lagerungsbedingungen der xz-Ebene sind nicht dargestellt.	68
5.23. Tragverhalten eines Stahlbetonzugstabes – Gegenüberstellung der Spannungs- und Rissentwicklung unter steigender Beanspruchung	69
5.24. Stahlbetonzugstab: Einfluss geometrisch modellierter Rippen auf das Tragverhalten – Vergleich berechneter Arbeitslinien mit und ohne Tension-Stiffening	70
5.25. Modell zur Beschreibung des Nachbruchverhalten von bewehrtem und unbewehrtem Beton	71
5.26. FE-Modell, Bereich mit Tension-Softening (grau) und Tension-Stiffening (blau)	71
5.27. Ansatz des Tension-Stiffening nach Winkler im gesamten Querschnitt, hier grau dargestellt	71
5.28. Tragverhalten eines Zugstabes nach Hartl: Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zu 3D- Simulation mit eigenem TS- Ansatz und dem TS- Ansatz nach Winkler	72
5.29. Versuchsaufbau mit Gewindestangen zur Plattenrandverankerung nach Pardey [Par94]	73
5.30. Im 3D-Modell berücksichtigtes Nachbruchverhalten des Betons	76
5.31. Schematische Darstellung zur Ermittlung der effektiven Dehnsteifigkeit der Bewehrung in Richtung der Rissnormalen nach Winkler [Win01]	77

5.32.3D- Modell eines Plattenviertels - Bereiche mit unterschiedlich definiertem Nachbruchverhalten und Lagerungsbedingungen	78
5.33.Mit Stabelementen diskretisierte Bewehrung	79
5.34.Vergleich der Rissbilder aus eigener 3D- Simulation und Experiment nach Pardey bei einer konstanten Flächenlast von 52 kN/m^2	80
5.35.Rissbild auf der Plattenoberseite aus eigener 3D- Simulation bei einer konstanten Flächenlast von 52 kN/m^2	80
5.36.Last- Verschiebungsdiagramm einer zweiachsig gespannten Platte – eigene 3D- Simulation und Experiment nach Pardey	81
6.1. Versuchsaufbau	83
6.2. Schematische Darstellung der vertikalen Elementfugen und oberen Eckbewehrung in der durchgeführten Versuchsreihe	85
6.3. Versuchsaufbau, Draufsicht	86
6.4. Kippsicherung der Walzträger im Eckbereich	86
6.5. Versuchsaufbau, Ansicht	87
6.6. Lasteinleitung und Verteilung über Waagebalkenkonstruktion	88
6.7. Verankerung einer Zugstange unter dem Spannungsfeld des Hallenbodens	88
6.8. Hydraulikverteiler und Druckmessgerät	88
6.9. Gemittelte Arbeitslinie der verwendeten Betonstähle	90
6.10.Platte 1, Bewehrung und Gitterträger im Fertigteil	91
6.11.Platte 1, Bewehrung in Ortbetonergänzung, untere Lage	92
6.12.Platte 1, obere Eckbewehrung in Ortbetonergänzung	92
6.13.Platten 2 und 3, Bewehrung im Fertigteil, untere Lage	92
6.14.Platten 2 und 3, Bewehrung in Ortbetonergänzung, untere Lage	93
6.15.Platte 2, obere Eckbewehrung in Ortbetonergänzung	93
6.16.Querschnittdetail: Anordnung der Querbewehrung der Platten 1 bis 3. Die Ausführung der oberen Eckbewehrung erfolgt nur in den Platten 1 und 2.	93
6.17.Ausrichtung der Bewehrung auf dem Schaltisch	94
6.18.Aufräuen der Oberfläche mit Stahlbesen	95
6.19.Draufsicht Platte 2, Schalung und eingebaute Bewehrung der Ortbetonergänzung	96
6.20.Platte 2, Anordnung der oberen Eckbewehrung	96
6.21.Anordnung der vertikalen Wegaufnehmer an der Plattenunterseite zur Ermittlung der Plattendurchbiegung.	97
6.22.Anordnung der Dehnmessstreifen in Plattenmitte	98
6.23.Umlagerung der Hauptzugspannungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich, vgl. auch [Grö08b]	99
6.24.Platte 1 und 2: Anordnung der Dehnmessstreifen an der Drillbewehrung im Eckbereich der Platte	100
6.25.Platte 1-3: Anordnung horizontal angeordneter Wegaufnehmer und Dehnmessstreifen auf Plattenoberseite der Platte 3	101
6.26.Platte 3: DMS zur Messung der Dehnungen im Eckbereich	101
6.27.Schwindverformungen der Platte	104
6.28.Detailaufnahme	104

6.29. Experimentell ermittelte Last- Verschiebungsdiagramme der drei Versuchsplatten mit unterschiedlichen Elementfugen und unterschiedlicher oberer Eckbewehrung	105
6.30. Versuchsplatte 1: Rissbild, Plattenunterseite	106
6.31. Versuchsplatte 2: Rissbild, Plattenunterseite	107
6.32. Versuchsplatte 3: Rissbild, Plattenunterseite	108
6.33. Vergleich der Rissbilder auf Plattenoberseite im Eckbereich der Platten 1 bis 3 nach abgeschlossener experimenteller Untersuchung	109
6.34. Plattenviertel Versuchsplatte 3, qualitativer Hauptdruckspannungsverlauf auf der Plattenoberseite bei einer aufgebrachten Pressenkraft von 72 kN	111
6.35. Platte 1, Entwicklung der Eckkräfte – Messwerte im Vergleich mit Elastizitätstheorie (Czerny [Cze72])	114
6.36. Platte 2, Entwicklung der Eckkräfte – Messwerte im Vergleich mit Elastizitätstheorie (Czerny [Cze72])	115
6.37. Platte 3, Entwicklung der Eckkräfte – Messwerte im Vergleich mit Elastizitätstheorie (Czerny [Cze72])	115
7.1. Experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungslinien für einen Bewehrungsstahl d=6mm	118
7.2. Platte 1: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell	119
7.3. 3D-Modell einer Versuchsplatte mit farblicher Kennzeichnung unterschiedlicher Werkstoffdefinitionen	120
7.4. 3D- Modell der Versuchsplatte 1: System und Lagerungsbedingungen	122
7.5. Schematische Darstellung der Lagerung des Plattenviertels im Schnitt	122
7.6. 3D-Modell der Versuchsplatten 2 und 3: Die berücksichtigten Randbedingungen sind mit gelben und blauen Farben dargestellt	123
7.7. Simulation der Randbedingungen, Detail	123
7.8. 3d- Modell der Versuchsplatte 1: Diskrete Modellierung der Bewehrung mit Stabelementen	124
7.9. 3D- Modell: Belastung infolge Eigengewicht, Versuchseinrichtung und Versuchsbelastung verteilt auf vier Teilflächen à 200 x 200 mm	125
7.10. Platte 1, Last- Durchbiegungsdiagramm, Vergleich der Ergebnisse aus physikalisch nichtlinearer FE- Berechnung und experimenteller Untersuchung	126
7.11. Platte 2, Last- Durchbiegungsdiagramm, Vergleich der Ergebnisse aus physikalisch nichtlinearer FE- Berechnung und experimenteller Untersuchung	126
7.12. Platte 3, Last- Durchbiegungsdiagramm, Vergleich der Ergebnisse aus physikalisch nichtlinearer FE- Berechnung und experimenteller Untersuchung. Konvergenzprobleme führten zum Abbruch der Simulation bei einer Pressenkraft von ca. 92,5 kN.	127
7.13. Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenunterseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung	128
7.14. Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenunterseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung	129

7.15. Plattenviertel Platte 3, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenunterseite im Feld unter steigender Beanspruchung	129
7.16. Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung	130
7.17. Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung	130
7.18. Plattenviertel Platte 3, Entwicklung der plastischen Dehnungen auf der Plattenoberseite im Eckbereich unter steigender Beanspruchung	131
7.19. Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der Stahlspannungen der Hauptbewehrung unter steigender Beanspruchung	131
7.20. Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der Stahlspannungen der Hauptbewehrung unter steigender Beanspruchung	132
7.21. Plattenviertel Platte 3, Verteilung der Stahlspannungen der Hauptbewehrung unter steigender Beanspruchung	132
7.22. Plattenviertel Platte 1, Entwicklung der Stahlspannungen der oberen Eckbewehrung unter steigender Beanspruchung	133
7.23. Plattenviertel Platte 2, Entwicklung der Stahlspannungen der oberen Eckbewehrung unter steigender Beanspruchung	134
A.1. Platte 1: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell	155
A.2. Platte 2: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell	156
A.3. Platte 3: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell	157

Tabellenverzeichnis

3.1. Beiwert α_E in Abhängigkeit von der Art der Gesteinskörnung nach MC90 [CEB91]	16
5.1. Zugstab $\varnothing 12\text{ mm}$: verwendete Werkstoffkennwerte für Beton und Betonstahl sowie äquivalente Schichtdicke des Betonstahllayers im Modell . .	62
5.2. Geometriewerte der räumlich modellierten Rippen nach DIN 488-3 [DIN09]	65
5.3. Platte 1/2: Querschnittswerte und Anordnung des Betonstahls nach Pardey [Par94]	74
5.4. Werkstoffkennwerte des Betonstahls in Haupttragrichtung (y)	75
5.5. Werkstoffkennwerte des Betonstahls in Nebentragrichtung (x)	75
5.6. Werkstoffkennwerte des Betons nach Pardey [Par94]	75
6.1. Fertigteilfestigkeiten am Tag der Versuchsdurchführung	89
6.2. Ortbetonfestigkeiten am Tag der Versuchsdurchführung	89
6.3. Zusammenstellung des Gewichts der Versuchseinrichtung	102
6.4. Alter der Fertigteilplatten zum Zeitpunkt der Ergänzung durch Ortbeton	103
6.5. Vergleich zwischen experimentell und rechnerisch ermittelten Risslasten	105
6.6. Zusammenstellung der Erstrisslasten auf Plattenoberseite im Eckbereich	108
6.7. Vorhandene rechnerische Sicherheit der Versuchsplatten gegenüber Systemversagen	112
7.1. Platte 1: Materialkennwerte der beiden Betone sowie verwendete Kennwerte für das Werkstoffmodell	119
A.1. Platte 1: Materialkennwerte für den Beton	155
A.2. Platte 2: Materialkennwerte für den Beton	156
A.3. Platte 3: Materialkennwerte für den Beton	157

A. Werkstoffkennwerte

A.1. Platte 1

Tab. A.1.: Platte 1: Materialkennwerte für den Beton

		Ortbeton	Fertigteilbeton
Elastizitätsmodul	N/mm^2	22475	33650
Querdehnzahl		0,16	0,16
Druckfestigkeit	N/mm^2	32,00	49,51
biaxiale Festigkeit	-	1,16	1,16
Zugfestigkeit	N/mm^2	1,59	2,21
Dilatanzwinkel	°	37	37
Exzentrizität		0,1	0,1
K	-	0,666	0,666
Viskosität	Ns/mm^2	0,0001	0,0001

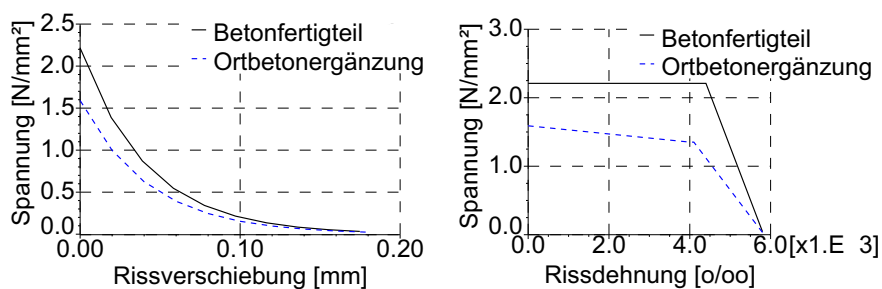


Abb. A.1.: Platte 1: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell

A.2. Platte 2

Tab. A.2.: Platte 2: Materialkennwerte für den Beton

		Ortbeton	Fertigteilbeton
Elastizitätsmodul	N/mm^2	28200	32200
Querdehnzahl		0,16	0,16
Druckfestigkeit	N/mm^2	41,59	52,59
biaxiale Festigkeit	-	1,16	1,16
Zugfestigkeit	N/mm^2	1,93	2,04
Dilatanzwinkel	°	37	37
Exzentrizität		0,1	0,1
K	-	0,666	0,666
Viskosität	Ns/mm^2	0,0001	0,0001

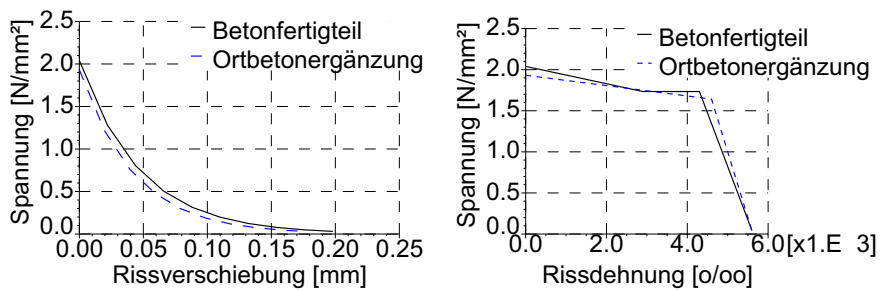


Abb. A.2.: Platte 2: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell

A.3. Platte 3

Tab. A.3.: Platte 3: Materialkennwerte für den Beton

		Ortbeton	Fertigteilbeton
Elastizitätsmodul	N/mm^2	20000	32000
Querdehnzahl		0,16	0,16
Druckfestigkeit	N/mm^2	32,36	51,85
biaxiale Festigkeit	-	1,16	1,16
Zugfestigkeit	N/mm^2	1,44	2,18
Dilatanzwinkel	°	37	37
Exzentrizität		0,1	0,1
K	-	0,666	0,666
Viskosität	Ns/mm^2	0,0001	0,0001

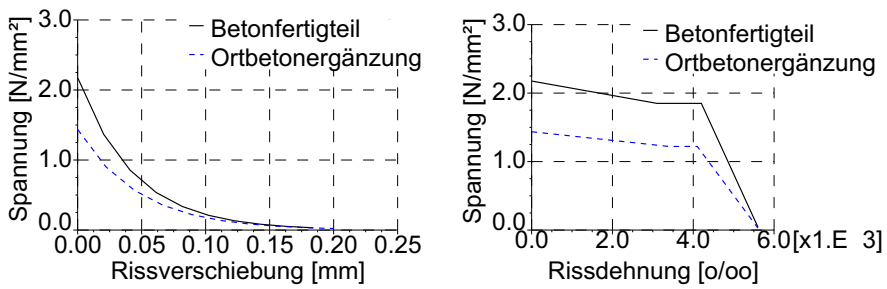


Abb. A.3.: Platte 3: Definition der Rissverschiebung und des Tension-Stiffening im Werkstoffmodell

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name:	Marc Gröning
Geburtsort:	Coesfeld
Staatsangehörigkeit:	deutsch

Beruflicher Werdegang

seit 02/2012	Tragwerksplaner, Thomas & Bökamp Ingenieurgesellschaft mbH, Münster
07/2010 – 01/2012	Tragwerksplaner, hlm Ingenieure, Münster
04/2006 – 06/2010	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Fachbereich Bauingenieurwesen, Fh- Münster
03/2005 – 03/2006	Tragwerksplaner, ahw Ingenieure, Münster
09/1998 – 07/2000	Ausbildung zum Zimmerer, Zimmerei Horstmöller, Coesfeld-Lette

Hochschulausbildung

04/2005 – 06/2008	Vertiefungsstudium des Bauingenieurwesens an der TU Braunschweig, Vertiefungsfächer: Statik, Massivbau und Stahlbau, Abschluss als Diplom- Ingenieur (Dipl.-Ing.)
10/2000 – 12/2004	Studium des Bauingenieurwesens an der FH- Münster, Vertiefungsrichtung: Konstruktiver Ingenieurbau, Abschluss als Diplom- Ingenieur (FH) (Dipl.-Ing. (FH))

Schulausbildung

08/1994 – 06/1997	Abitur am Heriburg-Gymnasium in Coesfeld
08/1988 – 07/1994	Realschulabschluss an der Freiherr-vom-Stein Realschule Coesfeld